الأدهم

في

الرياضيـــــات

الصف الأول الإعدادى

الترم الاول

٢٠١٨

اسم الطالب /

المدرســـــة /

الفصـــــل /

إعداد أ/ محمد أدهم

ت / ٠١٠٠٧٤٥١٩٥٧

١ – مجموعة الأعداد النسبية

تذكر أن

١) مجموعة اعداد العد ع

ع = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ....}

٢) مجموعة الاعداد الطبيعيه ط

ط = {٠، ١، ٢، ٣، ٤، ....}

٣) مجموعة الاعداد الصحيحه ص

ص = {... ، -٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ...}

$ص = ص^{+} \cup \{٠\} \cup ص^{-}$

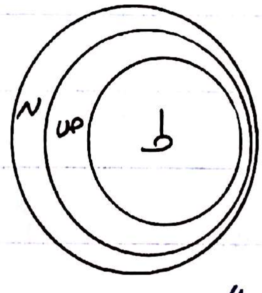
٤) مجموعة الاعداد النسبيه ن (الكسريه)

ن = {س : س = $\frac{أ}{ب}$ ، أ ، ب ∈ ص ، ب ≠ ٠}

أى كسر صحيح مقامه لا يساوى صفر

لاحظ أن

١) ط ⊂ ص ⊂ ن



لذلك كل الاعداد الصحيحه ص اعداد نسبيه "وليس العكس"

٢) القيمة المطلقه لأى عدد تكون موجبه

|-٣| = ٣ |٥| = ٥

ولكن إذا كان الرمز داخل القيمة المطلقة فإنه يكون ±

مثلاً

إذا كان |س| = ٣ فإن س = ±٣

|ص| = ٤ فإن ص = ±٤

٣) النسبه المئويه يمكن كتابتها على كسر مقامه = ١٠٠

مثلاً

٢٧٪ = $\frac{٢٧}{١٠٠}$ ١٥٪ = $\frac{١٥}{١٠٠}$

٤) أى عدد عشرى يمكن كتابته على كسر مقامه ١٠ أو مضاعفاتها

مثلاً

٠,٣ = $\frac{٣}{١٠}$ ، ٠,١٥ = $\frac{١٥}{١٠٠}$ ، ٠,٠٠٧ = $\frac{٧}{١٠٠٠}$

٥) إذا ساوى الكسر بالصفر فإن البسط هو الذى يساوى الصفر

مثلاً

$\frac{س}{٣}$ = صفر ∴ س = ٠

$\frac{س-١}{٢}$ = صفر ⟸ س - ١ = ٠ ∴ س = ١

مثال (١)

أي مما يلي عدد نسبي ضع ∈ أو ∉

1. $\frac{٥}{٣}$ ∈ ن
2. $-٣\frac{١}{٢}$ ∈ ن
3. $\frac{-٢}{٧}$ ∈ ن
4. ١٢٪ ∈ ن
5. $\frac{٣}{صفر}$ ∉ ن
6. ٠٫٣ ∈ ن
7. ٢٫١ ∈ ن
8. $\frac{٣}{٢-٢}$ ∉ ن
9. ٠٫٠٥ ∈ ن
10. صفر ∈ ن

تمرين (١)

أكمل بوضع ∈ أو ∉

1. $\frac{١}{٢}$ ... ن
2. $\frac{٣}{٥}$ ... ن
3. $\frac{٤}{صفر}$ ... ن
4. ٢٥٪ ... ن
5. ٠٫٩ ... ن
6. $\frac{١}{٣-٣}$ ... ن
7. صفر ... ن
8. $٢\frac{١}{٢}$ ... ن
9. $\frac{٥}{س}$، س = ٠ ... ن
10. ٣ ... ن

ملاحظة

إذا كان $\frac{أ}{ب}$ عدد نسبي فإن المقام لا يساوي الصفر

مثال (٢)

أوجد الشرط اللازم لتكون ما يلي عدد نسبي

1. $\frac{٥}{س}$ ⟸ س ≠ ٠
2. $\frac{٣س}{٥س}$ ⟸ ٥س ≠ ٠ ومنها س ≠ ٠
3. $\frac{٦}{س-٩}$ ⟸ س - ٩ ≠ ٠ ومنها س ≠ ٩
4. $\frac{٧}{٢س+٨}$ ⟸ ٢س + ٨ ≠ ٠

٢س ≠ -٨ س ≠ $\frac{-٨}{٢}$ ≠ -٤

تمرين (٢)

أكمل

1. $\frac{٢}{س}$ نسبي عندما س ≠ ...
2. $\frac{٣س}{٤س}$ نسبي عندما س ≠ ...
3. $\frac{٥}{س-١}$ نسبي عندما س ≠ ...
4. $\frac{٦}{س+٣}$ نسبي عندما س ≠ ...
5. $\frac{٧}{٢س+٤}$ نسبي عندما س ≠ ...
6. $\frac{٩}{٣س-٦}$ نسبي عندما س ≠ ...
7. $\frac{٣}{|س|-٢}$ نسبي عندما س ≠ ...

|س| - ٢ ≠ ٠

|س| ≠ ٢ ∴ س ≠ ±٢

8. $\frac{٥}{|س|-٤}$ نسبي عندما س ≠ ...

تمرين

أكمل

١) $\frac{٥}{\text{س}-٣}$ يكون نسبيا عندما

س ≠ ----

٢) $\frac{٣}{٤-\text{س}}$ يكون نسبيا عندما

س ≠ ----

٣) $\frac{٦}{٢\text{س}}$ يكون نسبيا عندما

س ≠ ----

٤) $\frac{\text{س}-٢}{\text{س}-١}$ = صفر عندما س = ----

٥) $\frac{٦-\text{س}}{\text{س}-٤}$ = صفر عندما س = ----

٦) $\frac{٣-\text{س}}{\text{س}+١}$ = صفر عندما س = ----

كتابة العدد النسبي في أبسط صورة

نقسم كلا من حديه على العامل المشترك الأعلى (ع.م.أ)

مثال

ضع كل من الأعداد الآتية في أبسط صورة

١) $\frac{٨}{١٢} \Leftarrow \frac{٨ \div ٤}{١٢ \div ٤} = \frac{٢}{٣}$

٢) $-\frac{١٢}{٣٦} \Leftarrow -\frac{١٢ \div ١٢}{٣٦ \div ١٢} = -\frac{١}{٣}$

٣) $\frac{٥}{٢٥} \Leftarrow \frac{٥ \div ٥}{٢٥ \div ٥} = \frac{١}{٥}$

٤) $-\frac{٦}{٩} \leftarrow$

٥) $-\frac{١٢}{٤٨} \leftarrow$

٦) $\frac{٢٧}{٤٠} \leftarrow$

كتابة العدد النسبي في صورة نسبة مئوية

مثال اكتب كل من الأعداد الآتية في صورة نسبة مئوية.

١) $\frac{٩}{٢٠} \leftarrow \frac{٩ \times ٥}{٢٠ \times ٥} = \frac{٤٥}{١٠٠} = ٤٥\%$

٢) $\frac{٤}{٥} \leftarrow \frac{\frac{٤}{٥} \times ١٠٠}{١٠٠} = \frac{٨٠}{١٠٠} = ٨٠\%$

٣) $\frac{٣}{١٠٠٠} \leftarrow \frac{\frac{٣}{١٠٠٠} \times ١٠٠}{١٠٠} = \frac{٠٫٣}{١٠٠} = ٠٫٣\%$

٤) $\frac{١٧}{١٠٠٠} \leftarrow$

٥) $٣٫٢ \leftarrow$

٦) $٥\frac{١٢}{١٢٥} \leftarrow$

٧) $\frac{٥}{١٦} \leftarrow$

تحويل العدد النسبي من صورة $\frac{أ}{ب}$ إلى عدد عشري.

نجعل مقامه ١٠ أو ١٠٠ أو ١٠٠٠ أو ...

مثال اكتب الأعداد الآتية على صورة عدد عشري منتهٍ.

١) $\frac{٢}{٥} \leftarrow \frac{٢\times٢}{٥\times٢} = \frac{٤}{١٠} = ٠,٤$

٢) $١\frac{٣}{٨} = ١ \leftarrow \frac{٣}{٨} = \frac{٣\times١٢٥}{٨\times١٢٥} = \frac{٣٧٥}{١٠٠٠} = ١,٣٧٥$

٣) $-٢\frac{٧}{٢٥} \leftarrow -٢\frac{٤\times٧}{٤\times٢٥} = -٢\frac{٢٨}{١٠٠}$

$= -٢,٢٨$

٤) $\frac{٣}{٤} \leftarrow$

٥) $\frac{١١}{٢} \leftarrow$

٦) $\frac{٣}{٥} \leftarrow$

٧) $\frac{٩}{٢} \leftarrow$

استراحة

قال رسول الله صلى الله عليه وسلم

كلمتان خفيفتان على اللسان

ثقيلتان في الميزان حبيبتان للرحمن

سبحان الله وبحمده سبحان الله العظيم

الواجب

١) ضع (✓) أمام العبارة الصحيحة

و (X) " " " الخطأ.

١- كل عدد صحيح هو عدد نسبي ( )

٢- كل عدد طبيعي هو عدد نسبي ( )

٣- كل عدد نسبي هو عدد صحيح ( )

٤- الصفر ليس موجباً وليس سالباً ( )

٥- إذا كان $\frac{أ}{ب} = ٠$ فإن أ = ٠ ( )

٦- إذا كان $\frac{أ}{ب}$ عدد نسبي فإن ب ≠ ٠ ( )

٢) ضع علامة ∈ أو ∉

١) $\frac{٢}{٣}$ ... N

٢) صفر ... N

٣) ٦,٥ ... N

٤) $-\frac{١١}{٩}$ ... N

٥) $١٣\frac{١}{٣}$ ... N

٦) $١١\frac{٢}{٥}$ ... N

٧) ١٤٪ ... N

٨) ٠,٥ ... N

٩) $\frac{٢}{٥-٥}$ ... N

١٠) $\frac{صفر}{(-٤)}$ ... N

٣) ضع كل من الأعداد الآتية في أبسط صورة

١) $\frac{١٥}{٢٥} \leftarrow$

٢) $-\frac{٢٤}{٥٦} \leftarrow$

٣) $\frac{٤٥}{٣٠} \leftarrow$

٤) $-\frac{٣٠}{٥٠} \leftarrow$

٤ اكتب كل من الأعداد الآتية على صورة عدد عشري منتهي.

① ٢/٥
② −٣/٢٠
③ ٩/٥
④ ٧ ٣/١٦
⑤ ٢ ١/٢

٥ اكتب كل من الأعداد الآتية على صورة نسبة مئوية.

① ٧/٢٠
② ٣/٣
③ ٢ ١/٢
④ −٣/٢٠
⑤ ٧/٥

٦ اكتب كل من الأعداد الآتية على الصورة أ/ب

① ٠٫٧٥
② −٠٫٠١
③ صفر
④ −٥
⑤ ٣٠٪
⑥ ٤٫٥٪
⑦ ٨ ٢/٣
⑧ ٥٫٤
⑨ ٣ ١/٢

٧ أكمل

① إذا كان أ/ب عدداً نسبياً فإن ب ≠ ---
② العدد (س+٧)/(س−٣) = صفر عندما س = ---
③ العدد (س−١)/(٢−س) نسبياً عندما س ≠ ---
④ العدد (س−٥)/س = صفر عندما س = ---
⑤ ١/٤ = --- ٪
⑥ ٢١/١٠٠٠ = --- ٪
⑧ |−٠٫٤| = --- ٪
⑨ إذا كان ٤/٥ = ٢٠/س فإن س = ---
⑩ العدد (أ−٦)/(أ−٤) لا يكون نسبياً عندما أ = ---
⑪ |−٨/٢٥| = --- ٪
⑫ س/−٣ يكون سالباً إذا كان س > صفر
⑬ (س−٥)/(|−٢|−٢) لا يكون نسبياً عندما س ≠ ---

ذاكر الرياضيات كل يوم
ولو جزء بسيط وسوف
تكون عبقري بإذن الله

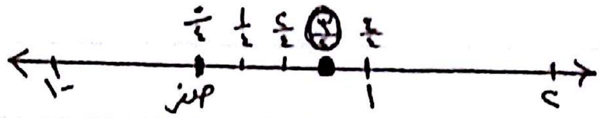
خليك دائماً متميز

٢ ـ مقارنة وترتيب الأعداد النسبية

مثال ١ مثل العدد $\frac{٣}{٤}$ على خط الأعداد

الحل

$\frac{٣}{٤}$ محصور بين الصفر و ١

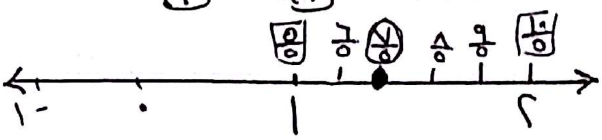


مثال ٢ مثل $\frac{٧}{٥}$ على خط الأعداد

الحل

$\frac{٧}{٥}$ محصور بين $\frac{٥}{٥}$ ، $\frac{١٠}{٥}$

١ ، ٢



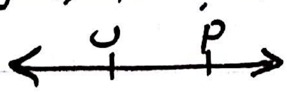
تمرين مثل العدد $\frac{٧}{٣}$ على خط الأعداد

الحل

ملاحظات هامة على خط الأعداد

١ كلما تحركنا جهة اليمين يكون جهة الأكبر.

٢ كلما تحركنا جهة اليسار يكون جهة الأصغر



ب < أ   أ > ب

مثال قارن بين كلاً مما يلي

ضع (< أو > أو =)

١) $\frac{٥}{١٢}$ ، $\frac{٧}{١٢}$

$\frac{٧}{١٢} > \frac{٥}{١٢}$

٢) $\frac{١}{٧} < \frac{٣}{٧}$

٣) $\frac{٦}{٩} > \frac{٥}{٩}$

٤) $\frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$

٥) $\frac{-٥}{٦} < \frac{١}{٤}$ أي عدد موجب أكبر من أي عدد سالب

٦) $\frac{٢}{٣}$ ..... -١٠

٧) $-\frac{٦}{٩}$ ..... $\frac{٥}{٤}$

٨) $-\frac{٢}{٣}$ ..... $\frac{٢}{٣}$

٩) $\frac{٢ \times ٤}{٣ \times ٤} > \frac{٦}{١٢}$

$\frac{٨}{١٢} > \frac{٦}{١٢}$

١٠) $\frac{٦}{٩} = \frac{٢ \times ٣}{٣ \times ٣}$

$\frac{٦}{٩} = \frac{٦}{٩}$

(١١) $\frac{7}{5} > \frac{7}{9}$

(١٢) $\frac{3}{4} \;......\; \frac{3}{6}$

(١٣) $\frac{6}{5} \;......\; \frac{6}{3}$

(١٤) $\frac{2}{9} \;......\; \frac{2}{5}$

عندما تكون البسط متساوي نقارن المقام الأصغر يكون الكسر الأكبر.

مثال ١ رتب الأعداد النسبية الآتية ترتيباً تصاعدياً.

$\frac{-2}{3}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{-7}{12}$ ، $\frac{5}{6}$ ، -1

الحل

نلاحظ أن م.م.أ للمقامات = ١٢

$\frac{-2}{3} = \frac{-2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{-8}{12}$

$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$

$\frac{-7}{12} = \frac{-7}{12}$

$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{10}{12}$

$-1 = \frac{-12}{12}$

الترتيب التصاعدي

$\frac{10}{12} > \frac{9}{12} > \frac{-7}{12} > \frac{-8}{12} > \frac{-12}{12}$

$\frac{5}{6} > \frac{3}{4} > \frac{-7}{12} > \frac{-2}{3} > -1$

تمرين رتب الأعداد الآتية تنازلياً

$\frac{3}{10}$ ، $\frac{7}{30}$ ، $-\frac{1}{3}$ ، $-\frac{1}{5}$ ، $\frac{4}{15}$

الحل

مثال

أوجد أربعة أعداد نسبية تقع بين $\frac{1}{2}$ ، $\frac{5}{7}$

الحل

∵ م.م.أ للمقامات = ١٤

$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 7}{2 \times 7} = \frac{7}{14}$

$\frac{5}{7} = \frac{5 \times 2}{7 \times 2} = \frac{10}{14}$

$\frac{7}{14}$ ، $\frac{10}{14}$ بالضرب × ١٠

$\frac{70}{140}$ ، $\frac{71}{140}$ ، $\frac{72}{140}$ ، $\frac{73}{140}$ ، $\frac{74}{140}$ ... $\frac{100}{140}$

∴ الأعداد $\frac{71}{140}$ ، $\frac{72}{140}$ ، $\frac{73}{140}$ ، $\frac{74}{140}$

تقع بين $\frac{1}{2}$ ، $\frac{5}{7}$

مثال ٢ أوجد ثلاثة أعداد تنحصر بين $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{2}$

الحل

م.م.أ للمقامات = ٦

$\frac{1\times2}{3\times2}=\frac{2}{6}$ $\frac{1\times3}{2\times3}=\frac{3}{6}$

بالضرب × ١٠

$\frac{20}{60}$ ، $\frac{21}{60}$ ، $\frac{22}{60}$ ، $\frac{23}{60}$ ، ...... ، $\frac{30}{60}$

∴ الاعداد هى $\frac{21}{60}$ ، $\frac{22}{60}$ ، $\frac{23}{60}$

تمرين أوجد ثلاثة أعداد نسبية بين $\frac{2}{3}$ ، $\frac{3}{4}$

الحل

تمرين أدخل عددان نسبيان بين $\frac{1}{2}$ ، $\frac{2}{3}$

الحل

الواجب

١ تمرين أوجد ثلاثة أعداد نسبية بين $\frac{1}{2}$ ، $\frac{11}{12}$

الحل

٢ * مثل على خط الأعداد كلاً من

١) $\frac{2}{3}$ ٢) $1\frac{1}{5}$

٣) $-3\frac{1}{2}$

٣ * رتب تصاعدياً

$\frac{3}{4}$ ، $\frac{-5}{8}$ ، $\frac{-7}{12}$ ، $\frac{2}{3}$

٤ أوجد أربعة أعداد نسبية تقع بين

١) $\frac{1}{2}$ ، $\frac{4}{5}$

٢) $\frac{-3}{4}$ ، $\frac{-2}{3}$

٣) ٠٫٣ ، $\frac{3}{5}$

٤) $\frac{-4}{9}$ ، $\frac{-5}{6}$

٥) $\frac{3}{2}$ ، $\frac{3}{4}$

٣ – جمع الأعداد النسبية

أولاً: جمع عددين متحدى المقام

مثال (١) أوجد ناتج كلاً من

(١) $\frac{٣}{٥} + \frac{٢}{٥} = \frac{٣ + ٢}{٥} = \frac{٥}{٥} = ١$

(٢) $\frac{٣}{٤} + \frac{٥}{٤} = \frac{٣ + ٥}{٤} = \frac{٨}{٤} = ٢$

(٣) $\frac{١}{٧} + \frac{٣}{٧} =$

(٤) $\frac{٥}{٩} + \frac{٢}{٩} =$

(٥) $\frac{٢}{١١} + \frac{٣}{١١} =$

ثانياً: جمع عددين مختلفى المقام

مثال (٢) أوجد ناتج كلاً من

(١) $\frac{٣}{٢} + \frac{٥}{٣} = \frac{٣×٣ + ٥×٢}{٢×٣} = \frac{١٩}{٦}$

(٢) $\frac{٣}{٤} + \frac{٢}{٥} = \frac{١٥ + ٨}{٢٠} = \frac{٢٣}{٢٠}$

(٣) $\frac{١}{٣} + \frac{٢}{٧} =$

(٤) $\frac{٧}{٢} + \frac{٣}{٤} =$

مثال (٣) أوجد ناتج كلاً من

(١) $\frac{٢}{٥} + ٣ = \frac{٢}{٥} + \frac{٣}{١} = \frac{٢ + ١٥}{٥} = \frac{١٧}{٥}$

(٢) $\frac{٣}{٨} + \frac{١ ×٢}{٤ ×٢} = \frac{٣}{٨} + \frac{٢}{٨} = \frac{٥}{٨}$

(٣) $\frac{١}{٤} + \frac{٢٥}{٨}$

(٤) $\frac{١٩}{١٠} + \frac{٣٩}{١٠٠}$

خواص عملية الجمع فى ن

(١) خاصية الانغلاق

مجموع عددين نسبيين يكون عدد نسبي

(٢) خاصية الابدال

$ا + ب = ب + ا$

(٣) خاصية الدمج (أو التجميع)

$(ا + ب) + جـ = ا + (ب + جـ)$

(٤) العنصر المحايد الجمعى هو الصفر.

(٥) خاصية المعكوس الجمعى

$ا \longrightarrow -ا$

$-\frac{٣}{٢} \longrightarrow \frac{٣}{٢}$

ملحوظة (أى عدد + معكوسه الجمعى) = ٠

ملحوظة المعكوس الجمعى للعدد صفر = صفر

٤ ـ طرح الأعداد النسبية

كل قوانين الجمع تطبق في الطرح

مثال ١ اوجد ناتج كلاً مما يأتي

1. $\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5-3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$
2. $\frac{-2}{5} - \frac{2}{5} = \frac{-2-2}{5} = \frac{-4}{5}$
3. $\frac{5}{7} - 1 = \frac{5}{7} - \frac{7}{7} = \frac{-2}{7}$
4. $\frac{3}{4} - \frac{5}{6} = \frac{3\times6 - 5\times4}{24} = \frac{18-20}{24} = \frac{-2}{24} = \frac{-1}{12}$

تمرين أوجد ناتج

1. $\frac{3}{5} - \frac{2}{5}$
2. $\frac{7}{9} - \frac{4}{9}$
3. $\frac{3}{3} - \frac{2}{3}$
4. $4\frac{1}{5} - 3\frac{1}{8}$
5. $-2 + 13\frac{3}{7}$

ملاحظات هامة

1. عملية الطرح مغلقة في ن
2. عملية الطرح ليست ابدالية
3. عملية الطرح ليست دامجة

مثال

أ $= \frac{3}{4}$ ، ب $= \frac{-5}{2}$ ، جـ $= \frac{1}{2}$

فأوجد القيم العددية لكل من

1. أ − ب
2. (أ + ب) − جـ

الحل

1. أ − ب $= \frac{3}{4} - \left(\frac{-5}{2}\right) = \frac{3}{4} + \frac{5\times2}{2\times2} = \frac{3}{4} + \frac{10}{4} = \frac{13}{4}$
2. (أ + ب) − جـ $= \left[\frac{3}{4} + \left(\frac{-5}{2}\right)\right] - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{5\times2}{2\times2} - \frac{1\times2}{2\times2} = \frac{3}{4} - \frac{10}{4} - \frac{2}{4} = \frac{3-10-2}{4} = \frac{-9}{4}$

الواجب

[١] أوجد ناتج كلاً مما

① $\frac{٣}{٧} + \frac{٢}{٧}$

② $\frac{١}{٥} - \frac{٢}{٣}$

③ $\frac{-٣}{٥} - \frac{٩}{٥}$

④ $\frac{١}{٣} + \frac{٢٥}{٨}$

⑤ $\frac{-٣}{١٠} + (\frac{-٢}{٥})$

⑥ $\frac{١}{٣} + ٢\frac{٣}{٨}$

⑦ $-\frac{١}{٢} - ١٢\frac{١}{١٦}$

⑧ $٦\frac{٢}{٣} - ٣\frac{١}{٦}$

⑨ $-٢ + ١٣\frac{٣}{٧}$

⑩ $\frac{٧}{٨} - \frac{٣}{٨}$

⑪ $\frac{٢}{٥} + ٠,٢$

⑫ $|-٥\frac{١}{٢}| - \frac{١}{٤}$

⑬ $٥٠\% + \frac{١}{٤}$

⑭ $٢٥\% + (\frac{-١}{٤})$

⑮ $\frac{٣}{٤} + ٥٠\%$

[٢] أكمل العبارات الآتية

① العدد المحايد الجمعي في ن هو ---

② المعكوس الجمعي للعدد $\frac{٣}{٧}$ هو ---

③ // // // $\frac{-٥}{٤}$ هو ---

④ // // // $\frac{-٣}{-٤}$ هو ---

⑤ // // // $|-٤|$ هو ---

⑥ المعكوس الجمعي للعدد صفر هو ---

[٣] باستخدام خواص عملية الجمع أوجد ناتج

① $\frac{٢}{٣} + \frac{٤}{٥} + \frac{٣}{٤}$

② $-١٣\frac{١}{٨} + ٧\frac{٣}{٨}$

③ $٧\frac{١}{٤} + (-١١\frac{١}{٤})$

④ $\frac{١}{٤} + \frac{١}{٢} + \frac{٣}{٤}$

[٤] إذا كانت س = $\frac{٥}{٦}$ ، ص = $\frac{-١}{٣}$ ، ع = $\frac{١}{٢}$ فأوجد القيمة العددية

① س + ع

② س − ع

③ (ص + ع) + س

④ س − ص

⑤ $(\text{ع} - \text{س})^٢$

[٥] ضع علامة (✓) أو (✗)

① $\frac{٩}{١٦} - (\frac{-٣}{٤}) = \frac{٩}{١٦} + \frac{٣}{٤}$ ( )

② صفر $- (\frac{-١٣}{٥}) = \frac{١٣}{٥}$ ( )

③ $\frac{-٣}{٤} - \frac{٢}{٥} = \frac{-٣}{٤} + \frac{٢}{٥}$ ( )

"لا تؤجل عمل اليوم إلى الغد"

٥ ـ ضرب الأعداد النسبية

قاعدة الاشارات فى الضرب والقسمة

زى بعض يكون موجب .

وإن اختلفوا يكون سالب .

$+ \quad + \quad / \quad - \quad - \quad > (+)$

$+ \quad - \quad / \quad - \quad + \quad > (-)$

مثال (١) أوجد ناتج مايلى فى أبسط صورة

(١) $\frac{٣}{٦} \times \frac{٢}{٥} = \frac{٢\times٣}{٥\times٦} = \frac{٦}{٥\times٦} = \frac{١}{٥}$

(٢) $\frac{-٣}{٤} \times \frac{٢}{٩} = \frac{-٣\times٢}{٩\times٤} = \frac{-١}{٦}$

(٣) $\frac{١}{٢} \times (-٢) = -\frac{١}{٢}\times\frac{٢}{١} = -\frac{٢}{٢}$

$= -١$

(٤) $-٤\frac{٢}{٧} \times (-٣\frac{١}{٦}) =$

$-\frac{٣٠}{٧} \times \frac{-١٩}{٦} = \frac{١٩\times٣٠}{٦\times٧}$

$= \frac{٩٥}{٧}$

تمرين أوجد فى أبسط صورة

(١) $\frac{٣}{٢} \times \frac{٥}{٩}$

(٢) $\frac{٨}{٥} \times (\frac{-٤}{٩})$

(٣) $-٥ \times \frac{٣}{١٠}$

(٤) $-٤\frac{١}{٢} \times (\frac{-٥}{٩})$

خواص عملية الضرب فى ن

(١) **خاصية الانغلاق .**

هل حاصل ضرب عددين نسبيين يكون عدد نسبي.

(٢) **خاصية الإبدال .**

أ × ب = ب × أ

(٣) **خاصية الدمج (التجميع)**

(أ × ب) × ج = أ × (ب × ج)

(٤) **العنصر المحايد الضربي = ١**

٣ × ١ = ١ × ٣ = ٣

(٥) **خاصية وجود المعكوس الضربي**

$\frac{٢}{٣} \longrightarrow \frac{٣}{٢}$

$\frac{٥}{٤} \longrightarrow \frac{٤}{٥}$

$٣ \longrightarrow \frac{١}{٣}$

$\frac{١}{٤} \longrightarrow ٤$

ملحوظة الصفر ليس له معكوس ضربي

المعكوس الضربي للعدد ١ = ١ هو نفسه

⑥ خاصية توزيع الضرب على الجمع والطرح

* مثال ① : استخدم خاصية التوزيع لإيجاد ناتج.

① $\frac{١}{٧} \times \frac{٥}{١١} + \frac{٦}{٧} \times \frac{٥}{١١}$

الحل

$\frac{٧}{٧} \times \frac{٥}{١١} = \left(\frac{١}{٧} + \frac{٦}{٧}\right) \frac{٥}{١١}$

$\frac{٥}{١١} = ١ \times \frac{٥}{١١} =$

② $٤ \times \frac{٩}{١٧} - ٢١ \times \frac{٩}{١٧}$

الحل

$١٧ \times \frac{٩}{١٧} = (٢١ - ٤) \frac{٩}{١٧}$

$٩ =$

③ $\frac{٢٢}{٢٥} + \frac{٢٢}{٢٥} \times \frac{٥}{١١} + \frac{٦}{١١} \times \frac{٢٢}{٢٥}$

الحل

$\left(١ + \frac{٥}{١١} + \frac{٦}{١١}\right) \frac{٢٢}{٢٥}$

$\left(١ + \frac{١١}{١١}\right) \frac{٢٢}{٢٥}$

$\frac{٤٤}{٢٥} = ٢ \times \frac{٢٢}{٢٥} = (١+١) \frac{٢٢}{٢٥}$

④ $\frac{١}{٣} \times \frac{٥}{٧} + \frac{٢}{٣} \times \frac{٥}{٧}$

الحل

⑤ $\frac{٣}{١٠} - \frac{٣}{١٠} \times ١١$

الحل

⑥ $٩ \times \frac{٥}{١٢} + ٣ \times \frac{٥}{١٢}$

الحل

⑦ $١٦ \times \frac{٤}{٩} + ١١ \times \frac{٤}{٩}$

الحل

٦ – قسمة الأعداد النسبية

ملاحظة

يمكن تحويل القسمة الى ضرب

نحول (÷) إلى (×) ونقلب اللي بعدها

مثال (١) اوجد قيمة ما يأتي.

(١) $-\frac{2}{3} \div \frac{5}{3}$

الحل

$= -\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{-2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{-2}{5}$

(٢) $\frac{3}{7} \div \left(\frac{-8}{1}\right)$

الحل

$\frac{3}{7} \times \frac{1}{-8} = \frac{-3}{7 \times 8} = \frac{-3}{56}$

(٣) $2\frac{1}{5} \div 5\frac{1}{2}$

الحل

$\frac{11}{5} \div \frac{11}{2} = \frac{11}{5} \times \frac{2}{11}$

$= \frac{2 \times 11}{11 \times 5} = \frac{2}{5}$

(٤) $0.2 \div \frac{1}{5}$

الحل

$\frac{2}{10} \div \frac{1}{5} = \frac{2}{10} \times \frac{5}{1}$

$= \frac{2 \times 5}{10 \times 1} = \frac{10}{10} = 1$

مثال (٢) إذا كانت $س = \frac{-1}{3}$ ، $ص = \frac{3}{4}$ ، $ع = -3$

فأوجد القيمة العددية لكل مما يأتي

(١) $\frac{ص}{ع}$ (٢) $\frac{س ص}{ع}$

(٣) $\frac{س}{ص} - \frac{ص}{ع}$

الحل

(١) $\frac{ص}{ع} = \frac{3}{4} \div \frac{-3}{1}$

$= \frac{3}{4} \times \frac{-1}{3} = \frac{-1 \times 3}{3 \times 4} = \frac{-1}{4}$

(٢) $\frac{س ص}{ع} = \left(\frac{-1}{3} \times \frac{3}{4}\right) \div (-3)$

$= \frac{-1 \times 3}{4 \times 3} \times \frac{-1}{3} = \frac{1}{12}$

(٣) $\frac{س}{ص} - \frac{ص}{ع}$

$= \left(\frac{-1}{3} \div \frac{3}{4}\right) - \left(\frac{3}{4} \div -3\right)$

$= \left(\frac{-1}{3} \times \frac{4}{3}\right) - \left(\frac{3}{4} \times \frac{-1}{3}\right)$

$= \frac{-4}{9} - \left(\frac{-1}{4}\right) = \frac{-4}{9} + \frac{1}{4}$

$= \frac{-4 \times 4 + 1 \times 9}{4 \times 9} = \frac{-16 + 9}{36}$

$= \frac{-7}{36}$

الواجب

(١) أوجد ناتج مايلي في أبسط صورة

① $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7}$

② $-\frac{2}{3} \times \frac{5}{8}$

③ $-\frac{3}{8} \times \left(-\frac{5}{3}\right)$

④ $\left|-\frac{3}{7}\right| \times \left(-\frac{4}{3}\right)$

⑤ $\frac{4}{5} \times \left(-\frac{3}{7}\right)$

(٢) أوجد في أبسط صورة

① $\frac{4}{5} \div \frac{3}{7}$

② صفر $\div \frac{3}{5}$

③ $\frac{3}{4} \div (-9)$

④ $-2\frac{3}{4} \div \left(-2\frac{1}{8}\right)$

⑤ $6\frac{1}{4} \div (-10)$

⑥ $3\frac{1}{8} \times \left(-4\frac{1}{5}\right)$

⑦ $-4\frac{2}{7} \times \left(-5\frac{1}{6}\right)$

(٣) باستخدام خاصية التوزيع أوجد قيمة

① $\frac{5}{12} \times 3 + \frac{5}{12} \times 9$

② $\frac{4}{9} \times 11 + \frac{4}{9} \times 16$

③ $-\frac{3}{7} \times 8 + 5 \times \left(-\frac{3}{7}\right) + \left(-\frac{3}{7}\right)$

④ $\frac{5}{2} \times \frac{13}{11} + \frac{5}{2} \times \left(-\frac{2}{11}\right) + \frac{5}{2}$

⑤ $\frac{7}{13} \times 6 + \frac{7}{13} \times 8 - \frac{7}{13}$

(٤) إذا كانت س $= \frac{1}{3}$ ، ص $= \frac{3}{4}$ ، ع $= -3$ فأوجد قيمة كلاً من

① س ص ع ② س ص + ص ع

(٥) إذا كانت م $= 1\frac{3}{4}$ ، ن $= \frac{2}{7}$ ، هـ $= \frac{2}{3}$ فأوجد

① م ن هـ + ٣ ② م ن − هـ

(٦) أكمل

١- العنصر المحايد الضربي هو ---

٢- العنصر المحايد الجمعي هو ---

٣- العدد النسبي الذي ليس له معكوس ضربي هو ---

٤- المعكوس الضربي للعدد $\left(-\frac{3}{5}\right)$ = ---

٥- العدد النسبي $\frac{م-1}{5}$ له معكوس ضربي إذا كانت م ≠ ---

٦- المعكوس الضربي للعدد ١ هو --- ، // // // −١ هو ---

٧- المعكوس الجمعي للعدد صفر هو ---

ما الشئ الذي كلما ذبحته بكيت عليه ؟

٧ ـ تطبيقات على الأعداد النسبية

ملاحظات وقوانين هامة

(١) المسافه بين عددين =

| العدد الاكبر − العدد الاصغر |

* العدد الذى يقع فى منتصف المسافه

= العدد الاصغر + ($\frac{1}{2}$ × المسافه)

* العدد الذى يقع فى $\frac{1}{3}$ المسافه من جهة الاصغر.

= العدد الاصغر + ($\frac{1}{3}$ × المسافه)

* العدد الذى يقع فى $\frac{1}{3}$ المسافه من جهة الاكبر

= العدد الاكبر − ($\frac{1}{3}$ × المسافه)

* العدد الذى يقع $\frac{1}{4}$ المسافه من جهة الاصغر

= العدد الاصغر + ($\frac{1}{4}$ × المسافه)

* العدد الذى يقع فى $\frac{1}{4}$ المسافه من جهة الاكبر

= العدد الاكبر − ($\frac{1}{4}$ × المسافه)

متشخبطش فى الحته دى ماشى؟

مثال (١) أوجد عدداً نسبياً يقع فى منتصف المسافه بين $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٣}{٧}$

الحل

$\frac{٢ \times ٧}{٥ \times ٧} = \frac{١٤}{٣٥}$ ، $\frac{٣ \times ٥}{٧ \times ٥} = \frac{١٥}{٣٥}$

(١) المسافه = $\left|\frac{١٥}{٣٥} - \frac{١٤}{٣٥}\right| = \frac{١}{٣٥}$

(٢) عدد فى منتصف المسافه

= $\frac{١٤}{٣٥} + \left(\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٣٥}\right) = \frac{١٤}{٣٥} + \frac{١}{٧٠}$

= $\frac{٢٨ + ١}{٧٠} = \frac{٢٩}{٧٠}$

مثال (٢) أوجد عدداً نسبياً يقع فى ثلث المسافه بين ٢ ، ٨

(١) من جهة الاصغر (٢) من جهة الاكبر

الحل

(١) الاصغر = ٢ الاكبر = ٨

المسافه = |٨ − ٢| = ٦

أولاً من جهة الاصغر = ٢ + $\frac{١}{٣}$ × ٦

= ٢ + $\frac{٦}{٣}$ = ٢ + ٢ = ٤

ثانياً من جهة الاكبر

= ٨ − $\frac{١}{٣}$ × ٦ = ٨ − $\frac{٦}{٣}$ = ٨ − ٢

= ٦

مثال (٣) أوجد عدداً نسبياً يقع في ربع المسافة بين $-\frac{1}{6}$ ، $-\frac{1}{3}$

(١) من جهة الأصغر.

(٢) من جهة الأكبر.

الحل

$-\frac{1}{3} = \frac{-1 \times 2}{3 \times 2} = -\frac{2}{6}$ ، $-\frac{1}{6}$

العدد الأصغر $-\frac{2}{6}$ ، العدد الأكبر $-\frac{1}{6}$

خلي بالك من السالب

(٢) المسافة $= \left| -\frac{1}{6} - \left(-\frac{2}{6}\right) \right| = \left| -\frac{1}{6} + \frac{2}{6} \right| = \frac{1}{6}$

أولاً من جهة الأصغر

$= -\frac{2}{6} + \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{6}\right)$

$= -\frac{2}{6} + \frac{1}{24} = -\frac{8}{24} + \frac{1}{24}$

$= -\frac{7}{24}$

ثانياً من جهة الأكبر

$= -\frac{1}{6} - \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{6}\right)$

$= -\frac{1}{6} - \frac{1}{24} = -\frac{4}{24} - \frac{1}{24}$

$= -\frac{5}{24}$

تمارين

(١) أوجد عدداً نسبياً يقع في منتصف المسافة بين

(١) $\frac{3}{8}$ ، $\frac{5}{8}$

(٢) صفر ، $\frac{2}{5}$

(٣) $-\frac{11}{9}$ ، $-\frac{13}{35}$

(٢) أوجد عدداً نسبياً يقع في $\frac{1}{3}$ المسافة من جهة الأصغر مرة والأكبر لكل من

(١) $\frac{3}{5}$ ، $\frac{4}{5}$

(٢) $\frac{4}{7}$ ، $1\frac{3}{4}$

(٣) $\frac{1}{3}$ ، 1

(٣) أوجد عدداً نسبياً يقع في $\frac{1}{4}$ المسافة من جهة الأصغر مرة والأكبر مرة أخرى

(١) $\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{4}$

(٢) $\frac{5}{6}$ ، $\frac{2}{3}$

(٣) صفر ، $-1\frac{1}{2}$

(٤) $-\frac{2}{3}$ ، $-\frac{3}{5}$

١ – الحدود والمقادير الجبرية

عدد العوامل = درجة الحد + ١

تعريفات هامة

١) الحد الجبري

هو ما يتكون من حاصل ضرب عاملين أو أكثر

مثلاً: ٣ س ، ٥ س ص

- ٣ س: ٣ ← معامل ، س ← عامل جبري
- ٥ س ص: ٥ ← عامل عددي (معامل) ، س ← عامل رمزي ، ص ← عامل رمزي

٢) المقدار الجبري

هو ما يتكون من حد جبري أو أكثر يفصل بينهم ⊕ أو ⊖

مثلاً: ٢ س + ٣ ص

س − ٤ ص

٣) درجة الحد الجبري

هي مجموع أسس الرموز المكونة له

مثلاً:
- س^{2} ص ⟸ من الدرجة الثالثة
- س^{2} ص ع ⟸ الرابعة
- ٥ س ص ⟸ الثانية
- ٣ س^{2} ع^{5} ⟸ السابعة
- ٥ ⟸ من الدرجة الصفرية

٤) درجة المقدار الجبري

هي أعلى درجة للحدود المكونة له

مثال: ٢ س ص + ٣ س^{2} ص − س ص^{3}

درجات الحدود: ٢ ، ٣ ، ٤

يكون من الدرجة الرابعة

تمارين

١) عين درجة كل من الحدود الآتية

1. ٢ س ص
2. ٣ س^{2} ص
3. ٥ س^{2} ص ع
4. − س ص^{2} ع^{3}
5. − س^{2} ص^{2} ع^{4}
6. ٧

٢) عين درجة كل من المقادير الآتية

1. س ص − ٣ س^{2} ص + ٤ س ص^{5}
2. س^{3} ص − ٤ س^{2} ص + ٧ س ص^{2}
3. س^{5} ص^{2} − س^{3} ص^{3} + ٤ س ص
4. ٢ س^{2} ص − ٥ س ص^{2} + ٧ س^{2} ص^{3}
5. ٣ س^{2} − ٢ س + ٥

٣) رتب المقدار

٥ س + ٢ س^{3} − ٤ − ٢ س^{2}

1. حسب أسس س التنازلية
2. حسب أسس س التصاعدية

أولاً جمع المقادير الجبرية

مثال ١ اجمع

$٥أ - ٧ب + ٣$ ، $٢ب - ١ - أ$

الحل

$٥أ - ٧ب + ٣$

$- أ + ٢ب - ١$

$٤أ - ٥ب + ٢$

مثال ٢ أجمع

$٣س + ٢ص - ٥$ ، $٤ص - ٧ + س$

الحل

مثال ٣ اجمع

$٣س^{٣} - ٤س^{٢} + ٢س - ١$

، $٥س^{٢} - ٢س^{٣} + ٣$

، $٢ - ٣س + س^{٢}$

الحل

$٣س^{٣} - ٤س^{٢} + ٢س - ١$

$- ٢س^{٣} + ٥س^{٢} \qquad + ٣$

$+ س^{٢} - ٣س + ٢$

$س^{٣} + ٢س^{٢} - س + ٤$

مثال ٤ اجمع

$٤س^{٢} - ٣س ص + ص^{٢}$

، $٣س ص - ٣س^{٢} + ٢ص^{٢}$

ثم أوجد القيمة العددية عندما

$س = -٢$ ، $ص = ١$

الحل

$٤س^{٢} - ٣س ص + ص^{٢}$

$- ٣س^{٢} + ٣س ص + ٢ص^{٢}$

$س^{٢} + ٠ + ٣ص^{٢}$

$س^{٢} + ٣ص^{٢}$

$(-٢)^{٢} + ٣ \times (١)^{٢} = ٤ + ٣ = ٧$

تمرين

اجمع $٣س^{٢} - ٥ + ٢س$

، $س + ٥س^{٢} + ٧$

، $- ٤س^{٢} - ٣$

ثم أوجد القيمة العددية عندما $س = ٢$

الحل

٢ ـ الحدود الجبرية المتشابهة

الحدود المتشابهة تكون
نفس الرمز بنفس الاس

فمثلا س ص² ⟸ س ص²
س ص ⟸ س ص
س² ص ⟸ س² ص

نجمع ونطرح المعاملات فقط

مثال ١ اجمع

① ٥ أ ، ٣ أ ، أ ، ٦ أ

الحل

٥ أ + ٣ أ + أ + ٦ أ = ١٥ أ

② ٧ أ ب² ، -٢ أ ب² ، -٤ أ ب²

الحل

٧ أ ب² - ٢ أ ب² - ٤ أ ب²
= ٧ أ ب² - ٦ أ ب² = أ ب²

مثال ٢ اختصر لابسط صورة

① ٦ س + ٧ ص + ٤ س - ٣ ص

الحل

(٦ س + ٤ س) + (٧ ص - ٣ ص)
= ١٠ س + ٤ ص

② ٦ س² - ٧ س - ٤ س² + ٥ س

الحل

(٦ س² - ٤ س²) + (-٧ س + ٥ س)
٢ س² - ٢ س

تمارين

اختصر لابسط صورة.

① ٣ س + ٢ س

② $\frac{٥ س}{٤} + \frac{٣ س}{٤}$

③ ٣ س - ٤ ص - ٩ س - ٣ ص

④ ٣ أ + ٢ ب + ٥ أ + ٤ ب

⑤ ١٩ م - ٤ ن + ١١ م - ١٧ ن + ٩ ن

⑥ ٤ أ + ٩ ب + ٥ أ - ٢ ب + ٦ ب

⑦ ٥ س - ٣ س² + ٤ - ٧ س² - ٦ س - ١

⑧ ٥ س² - ٢ س + ٨ - ٧ س - ٣ + س²

استراحة

أمر أمير الامراء بحفر
بئر فى الصحراء .
كم رملاً فى ذلك ؟

ما الذى بين السماء و الارض ؟

ثانياً طرح المقادير الجبرية

خلي بالك

- اطرح من / ينقص عن / يضاف إلى ⟸ الثاني - الاول
- يزيد عن / يطرح منه ⟸ الاول - الثاني

مثال ١ اطرح ٥س - ٣ص + ٢ع من ٢ص - ع + ٧س

الحل

اطرح من ⟸ الثاني - الاول

٢ص - ع + ٧س

$\oplus$ -٣ص $\ominus$ +٢ع $\ominus$ +٥س

٥ص - ٣ع + ٢س

مثال ٢ اطرح ٤أ^{٣} - ٧أ + ٥ من ٨ - ٣أ^{٢} + ٢أ^{٣}

الحل

مثال ٣ ما نقص س^{٢} - ٥س - ١ عن ٣س^{٢} + ٢س - ٣

الحل

ينقص عن ⟸ الثاني - الاول

٣س^{٢} + ٢س - ٣

$\ominus$ س^{٢} $\oplus$ ٥س $\oplus$ ١ ($\mp$ ٥س، $\pm$ ١)

٢س^{٢} + ٧س - ٢

تمرين ما المقدار الذي يجب إضافته إلى ٢س - ٣س^{٢} + ٥ ليكون الناتج ٦س + س^{٢} - ٧

الحل

تمرين ما زيادة ٣س^{٢} - ٥ + ٢س عن س + ٥س^{٢} + ١

الحل

الواجب

(١) أوجد ناتج

① ٣أ - ٧ب - ٥جـ + ٢
- أ + ٤ب + جـ - ٥
٢أ + ٣جـ + ٣

② ٥س + ٢ص - ع + ٢
٧س + ص - ٣ع + ٣
-٢س - ٥ص + ٤ع - ١

③ ٢س^٢ - ٣س ص + ص^٢
س^٢ + س ص - ٢ص^٢
-٢س^٢ + ٣س ص - ٢ص^٢

(٢) أوجد مجموع كل مما يأتي

① ٣س - ٢ص + ٥ ، س + ٢ص - ٢
② ٣ن^٢ + ٥ن - ٦ ، -ن^٢ - ٣ن + ٣
③ ٣ل - ٤م + ٥ن ، ٤م - ٥ن - ل
④ ٣س - ٤س^٢ + ٢ ، س^٢ + س - ٥ ، ٣ + ٣س^٢ - ٤س

(٣) اطرح

① س - ٢ من ٢س - ٥
② ٢س + ٦ص - ٧ من ٢س - ٥ص + ٢
③ ٣أب^٢ - ٤أ^٢ب - ب^٣ من أ^٣ - ٢ب أ^٢ + ٢ب^٣

(٤) ما زيادة

① ٥أ + ٧ب عن ٣أ - ٢ب
② س^٢ - ٥س - ١ عن ٣س^٢ + ٢س - ٣

(٥) ما نقص

① ٢أ + ٣ب عن ٥ب - ٣أ
② ٥س^٢ + ٢س عن ٧س^٢ - س + ٣

(٦)

ما نقص ٢أ - ٨ب - جـ عن مجموع المقدارين ٣أ - ٣ب + جـ ، ٢أ - ٤ب - ٨جـ

(٧)

ما زيادة ٣س^٢ - ٥ + ٢س عن مجموع المقدارين س + ٥س^٢ + ١ ، ٢س^٢ - ٤ - ٢س

٤- ضرب الحدود الجبرية وقسمتها

* فى حالة الضرب نجمع اسس الرموز المتشابهة
* فى حالة القسمة نطرح // // //

مثال ① اوجد ناتج كلاً مما :

① $٢م \times ٥ب = ١٠ م ب$

② $٢م \times -٣م ب = -٦ م^{٢} ب$

③ $٥م^{٣} ب \times ٣م ب =$ ---

④ $\frac{٣}{٤} م^{٢} \times \frac{٤}{٣} م =$ ---

⑤ $\frac{٢}{٥} س^{٤} \times (-١٠ س^{٣}) =$ ---

مثال ② اوجد خارج قسمة

① $١٢م^{٣}$ على $٣م$

الحل $\frac{١٢م^{٣}}{٣م} = ٤م^{٢}$

② $\frac{٢١س}{-٣} = -٧س$

③ $\frac{-١٥س^{٤}ص^{٣}}{٥س ص^{٢}} = -٣س^{٣} ص$

④ $\frac{٥م^{٦}}{٥م} =$ ---

⑤ $\frac{٦م^{٢}ب^{٣}}{-٣م ب^{٢}} =$ ---

⑥ $\frac{-١٢س^{٣}ص^{٢}}{٤س^{٢}ص^{٢}} =$ ---

مساحة المستطيل
الطول × العرض

مساحة المستطيل = الطول × العرض

$\text{الطول} = \frac{\text{المساحة}}{\text{العرض}}$

$\text{العرض} = \frac{\text{المساحة}}{\text{الطول}}$

مثال ② مستطيل طوله ٥س وعرضه ٣ص فأوجد مساحته = ---

④ مستطيل مساحته ١٥ س ص وطوله ٣س فأوجد عرضه = ---

⑤ مستطيل مساحته $٢١ س^{٢} ص$ وعرضه ٧ س ص فأوجد طوله = ---

٥ ـ ضرب حد جبرى فى مقدار جبرى

نضرب الحد الجبرى فى كل حد من حدود المقدار الجبرى

مثال ١ اوجد حاصل ضرب

① ب (-٢أ + أ^{٢}ب)

الحل

ب (-٢أ + أ^{٢}ب)

= -٢أب + أ^{٢}ب^{٢}

② -٣أب (٥أ - ٢ب + ٣)

الحل

= -١٥أ^{٢}ب + ٦أب^{٢} - ٩أب

③ (أ^{٢} - أب - ٢ب^{٢}) × ٤أب

الحل

٤أب × (أ^{٢} - أب - ٢ب^{٢})

٤أ^{٣}ب - ٤أ^{٢}ب^{٢} - ٨أب^{٣}

④ اختصر ٢أ(أ + ٤ب) - ٣ب(أ - ٣ب) - (٢أ^{٢} + ٨ب^{٢})

ثم اوجد قيمة الناتج إذا كان أ = ١ ، ب = -٢

الحل

٢أ(أ + ٤ب) - ٣ب(أ - ٣ب) - (٢أ^{٢} + ٨ب^{٢})

٢أ^{٢} + ٨أب - ٣أب + ٩ب^{٢} - ٢أ^{٢} - ٨ب^{٢}

ب^{٢} + ٥أب

القيمة العددية (-٢)^{٢} + ٥(١) × (-٢)

= ٤ - ١٠ = -٦

تمارين

١ اجرِ عمليات الضرب الآتية:

(أ) أ (أ - ٢)

(ب) -٢هـ (٧ - ٣هـ)

(ج) ل م^{٢} (ل^{٢} - ٣ل م - ٤م^{٢})

(د) $\frac{١}{٣}$ س^{٢} (٦س^{٢} - ٩س ص - ٣ص^{٢})

(هـ) ٣س (٧ص - ٤ع^{٢})

٢ اختصر ٣(١ - ٢س) - (س^{٢} - ٥س + ٣) + ٢س (س + ٣)

ثم اوجد القيمة العددية عندما س = -٢

٣ اختصر لابسط صورة

(أ) ٣أ (أ - ب) + ٤أ (٢أ + ب)

(ب) ٣أ (٤أ - ٢) - ٤أ (٣أ - ٢)

٦ - ضرب مقدار جبرى مكون من حدين فى مقدار جبرى

مثال ① اوجد حاصل ضرب

(س + ٥) (٢س − ٣)

الحل

(س + ٥) (٢س − ٣)

٢س² − ٣س + ١٠س − ١٥

= ٢س² + ٧س − ١٥

مثال ② (٣س + ٧) (٢س − ٣)

الحل

٦س² − ٩س + ١٤س − ٢١

= ٦س² + ٥س − ٢١

تمرين (س − ٢) (٢س + ١)

الحل

تمرين (٢س − ٧) (٣ ـ ب)

الحل

الضرب بمجرد النظر

= الاول × الاول + حاصل ضرب الوسطين + حاصل ضرب الطرفين + الثانى × الثانى

مثال ① اوجد بمجرد النظر ناتج

① (٢أ + ٣) (٥أ + ١)

الحل

١٠أ² + (١٥أ + ٢أ) + ٣

١٠أ² + ١٧أ + ٣

② (٥أ − ٢ب) (٧أ − ٣ب)

الحل

٣٥أ² + (−١٥أب − ١٤أب) + ٦ب²

٣٥أ² − ٢٩أب + ٦ب²

تمرين (س − ٣) (س + ٤)

الحل

تمرين (م − ١) (٢م + ٢)

الحل

حالة خاصة ①

$(أ + ب)^{٢} = (أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢})$

$(أ - ب)^{٢} = (أ^{٢} - ٢أب + ب^{٢})$

مثال ① اوجد مفكوك كل مما

① $(٣أ + ٥)^{٢}$

الحل

$(٩أ^{٢} + ٣٠أ + ٢٥)$

② $(٢س - ٣ص)^{٢}$

الحل

$(٤س^{٢} - ١٢س ص + ٩ص^{٢})$

تمرين $(٣م + ٢)^{٢}$

الحل

تمرين $(٢س - ص)^{٢}$

الحل

حالة خاصة ②

$(أ + ب)(أ - ب) = أ^{٢} - ب^{٢}$

مثال ① اوجد حاصل ضرب.

① $(س - ص)(س + ص)$

الحل

$س^{٢} - ص^{٢}$

② $(٢أ + ب)(٢أ - ب)$

الحل

$٤أ^{٢} - ب^{٢}$

③ $(٥س + ٣ص)(٥س - ٣ص)$

الحل

$٢٥س^{٢} - ٩ص^{٢}$

تمرين $(٢س - ٣ص)(٢س + ٣ص)$

الحل

تمرين $(٤س - ص)(٤س + ص)$

الحل

الواجب

١ أوجد حاصل ضرب مايلي بمجرد النظر

① (٥م - ٢) (٦م + ١)

② (٤س + ١) (٢س + ٣)

③ (ل^{٢} - ٤) (ل^{٢} + ٢)

④ (س + ٢) (س + ٤)

⑤ (ص - ٥) (ص + ٢)

٢ أوجد مفكوك مايلي بمجرد النظر.

① (أ + ٣)^{٢}

② (٢ص + ٥)^{٢}

③ (٣س + ص)^{٢}

④ (س - ٣ص)^{٢}

⑤ (٢س + ٣ص)^{٢}

٣ أوجد بمجرد النظر حاصل ضرب

① (أ + ٣) (أ - ٣)

② (٤م - ٧) (٤م + ٧)

③ (٦س - ص) (٦س + ص)

④ (س - ٢ص) (س + ٢ص) (س^{٢} + ٤ص^{٢})

⑤ (ص - ٣) (ص + ٣)

٤ إذا كانت أ = ٣س - ٤

ل = س + ٢ ، د = ٢س - ٣

فأوجد قيمة أ ل - د^{٢} عندما س = صفر

٥ أوجد ناتج عمليات الضرب الآتية.

① (س + ص) (س^{٢} - س - ١)

② (٢ص + ١) (ص^{٢} + ص + ٥)

③ (س - ٣) (س + ٣)

④ (س - ٥ص) (س + ٥ص)

⑤ (٢ص + ٧) (٣ص + ٤)

٦ إستخدم الضرب بمجرد النظر لتحصيل ناتج

① ٢٠١ × ١٩٩

(٢٠٠ + ١) (٢٠٠ - ١) =

② ٤٩^{٢}

(٥٠ - ١)^{٢} =

③ ٤١^{٢}

(٤٠ + ١)^{٢} =

استراحة

جاوب بصراحة

هل تحب الرياضيات ؟

أنا عارف إن كلكوا هتقولوا لا

٧ ـ قسمة مقدار جبرى على حد جبرى

عند قسمة مقدار جبرى على حد جبرى نقسم كل حد من حدود المقدار على هذا الحد.

مثال (١) أوجد خارج القسمة

(١) $\frac{٢١ س^{٢} + ١٤ س}{٧ س}$

الحل

$٣ س + ٢$

(٢) $١٦ س^{٣} ص + ٨ س^{٢} ص^{٣} - ١٢ س^{٢} ص$

على $-٤ س^{٢} ص$

الحل

$= \frac{١٦ س^{٣} ص + ٨ س^{٢} ص^{٣} - ١٢ س^{٢} ص}{-٤ س^{٢} ص}$

$= -٤ س - ٢ ص^{٢} + ٣$

تمرين $\frac{٢٦ هـ^{٢} + ١٤ هـ^{٤}}{٢ هـ}$

تمرين $\frac{٢١ س^{٣} ص - ٩ س ص^{٢}}{٣ س ص}$

تمارين

أوجد خارج قسمة

(١) $٥ أ - ١٠$ على ٥

(٢) $١٢ س + ١٥ ص$ على -٣

(٣) $٤ أ^{٢} + ٦ أ$ على $٢ أ$

(٤) $٣٢ س^{٥} - ٤٨ س^{٣} + ٧٢ س^{٧}$ على $-٨ س^{٣}$

(٥) $\frac{١٨ م^{٤} + ٣٢ م^{٢}}{-٢ م^{٢}}$

(٦) $\frac{٩ ل^{٣} م^{٤} - ١٨ ل م^{٢}}{٣ ل م^{٢}}$

(٧) $\frac{٤٨ س^{٣} - ٨٠ س^{٢}}{٨ س^{٢}}$

(٨) $\frac{١٥ س^{٤} + ٥ س^{٣}}{٥ س^{٣}}$

(٩) مستطيل مساحته $(٢٤ س^{٣} + ١٨ س^{٢} + ٤٢ س)$ سم^{٢} وعرضه $٦ س$ سم أوجد طوله

٨ ـ قسمة مقدار جبرى على مقدار جبرى اخر

قبل البدء فى عملية القسمة يجب ترتيب المقسوم والمقسوم عليه حسب قوى (س) التنازلية

مثال ① اقسم س^{2} + س − ١٢ على س + ٤

الحل

المقسوم: س^{2} + س − ١٢ | المقسوم عليه: س + ٤ | خارج القسمة: س − ٣

س^{2} + س − ١٢
⊖ س^{2} ⊖ ٤س
―――――
−٣س − ١٢
⊕ −٣س ⊕ −١٢
―――――
٠

∴ خارج القسمة هو (س − ٣)

مثال ③ س^{3} + س + ١٠ على س + ٢

الحل

المقسوم: س^{3} + س + ١٠ | المقسوم عليه: س + ٢ | خارج القسمة: س^{2} − ٢س + ٥

س^{3} + س + ١٠
⊖ س^{3} ⊖ ٢س^{2}
―――――
−٢س^{2} + س + ١٠
⊕ −٢س^{2} ⊕ −٤س
―――――
٥س + ١٠
⊖ ٥س ⊖ ١٠
―――――
٠

هو (س^{2} − ٢س + ٥)

تمرين أوجد خارج قسمة
٥م − ١٠م^{2} + ٦م^{3} + ٣
على ٣ + ٢م^{2} − ٤م

الحل

المقسوم: ٦م^{3} − ١٠م^{2} + ٥م + ٣ | المقسوم عليه: ٢م^{2} − ٤م + ٣

مثال ② إذا كان (س − ١) أحد عاملى المقدار س^{2} + ٥س − ٦ فأوجد العامل الآخر

الحل

المقسوم: س^{2} + ٥س − ٦ | المقسوم عليه: س − ١

مثال ④ إذا كان المقدار
$2س^3 + 11س^2 + 12س + م$
يقبل القسمة على $س + 3$ فأوجد قيمة م

الحل

$2س^3 + 11س^2 + 12س + م$ ÷ $(س + 3)$ = $2س^2 + 5س - 3$

$\ominus 2س^3 \ominus + 6س^2$

$5س^2 + 12س$

$\ominus 5س^2 \ominus + 15س$

$-3س + م$

$\oplus -3س \oplus - 9$

$\boxed{م + 9}$

$\because م + 9 = 0 \quad \therefore م = -9$

مثال ⑤ مستطيل مساحته $(8س^2 + 6س - 9ص^2)$ سم²
فإذا كان عرضه $(4س - 3ص)$ سم
فأوجد طوله

الحل

$8س^2 + 6س - 9ص^2$ ÷ $(4س - 3ص)$

الواجب

① أوجد خارج قسمة كلاً مما

1. $س^3 + 5س + 6$ على $س + 2$
2. $2س^2 + 13س + 15$ على $س + 5$
3. $16ص^2 - 4س^2$ على $4ص - 2س$
4. $3س^2 + س^3 - س - 3$ على $س^2 - 1$
5. $س^4 + 3س^2 + 2$ على $س^2 + 1$
6. $3س^3 - 4س + 1$ على $س - 1$
7. $س^3 - 27$ على $س - 3$
8. $س^4 + 49 - 18س^2$ على $2س - 7 + س^2$

② أوجد قيمة ك التي تجعل المقدار
$س^3 - 3س^2 - 25س + ك$
يقبل القسمة على $س^2 + 4س + 3$

③ مستطيل مساحته $(2س^2 + 7س - 15)$
وطوله $(س + 5)$ فأوجد عرضه
ثم احسب المحيط إذا كانت $س = 3$

٩ ـ التحليل باخراج العامل المشترك الاعلى

كيفية إيجاد ع.م.أ

١) نوجد ع.م.أ للعوامل العددية.

٢) نأخذ كل رمز متكرر في جميع الحدود بأصغر أس له.

مثال ١ أوجد العامل المشترك الأعلى بين

١) ٦س^{2}ص^{2} ، -٨س ص^{3} ، ٤س ص ع

ع.م.أ = ٢ س ص

٢) ١٢س^{2}ص ، ٩س ص^{2} ، ٣س^{2}ص^{2}

ع.م.أ = ٣ س ص

٣) ١٥س ص ، ٥س^{2}ص^{2} ، ١٠س ص^{2}

ع.م.أ = ...

طريقة التحليل بإخراج ع.م.أ

١) نوجد ع.م.أ.

٢) نضع ع.م.أ خارج قوسين.

٣) نقسم كل حد من حدود المقدار الجبري عليه ونكتب خارج القسمة داخل القوسين

مثال ١ حلل بإخراج ع.م.أ.

١) ٥أ + ١٥ب

الحل

٥ (أ + ٣ب)

٢) ١٠س ص - ٨س ع

الحل

٢س (٥ص - ٤ع)

٣) ٢١أ^{3}ب^{2} - ٧أ^{2}ب^{2} - ٣٥أ^{2}ب^{3}

الحل

٧أ^{2}ب^{2} (٣أ - ١ - ٥ب)

٤) ١٢س^{2} - ٤س ص

الحل

٥) ٣س + ٢١ص

الحل

٦) ٢أ^{3} + ٦أ^{2} - ٤أ

الحل

مثال ② حلل بإخراج ع.م.أ.

① أ (س + ص) + ب (س + ص)

الحل

(س + ص) (أ + ب)

② (س − ص) (س + ٣ص) + ٢س (س − ص)

الحل

(س − ص) (س + ٣ص + ٢س)

(س − ص) (٣س + ٣ص)

(س − ص) ٣ (س + ص)

٣ (س − ص) (س + ص)

③ ٣أ (هـ − د) + ٤ب (د − هـ)

الحل

٣أ (هـ − د) − ٤ب (هـ − د)

(هـ − د) (٣أ − ٤ب)

④ إستخدم التحليل ع.م.أ. لتسهيل ايجاد ناتج

$\frac{(١٩)^٢ - ٢ \times ١٩ + ١٩}{٩}$

الحل

$\frac{١٩ (١٩ - ٢ + ١)}{٩} = \frac{١٩ \times \cancel{١٨}\,٢}{\cancel{٩}\,١}$

١٩ × ٢ = ٣٨

تمارين

① حلل بإخراج ع.م.أ.

1. ٥ص − ١٠
2. ٨ص^٣ − ٤س^٢
3. ٣س^٢ + ٦س
4. ٣٥أ + ١٠أ^٢
5. ٤٩ب^٢ − ٧ب^٣
6. −٢س^٥ + ٤س^٢ − ٦س + ٢س^٣
7. ١٨أ^{٢}ب هـ − ٦أب هـ + ٣٠أب هـ^٢
8. ٣س (أ + ب) + ٧ (أ + ب)
9. (س + ٤) س^٢ + (س + ٤) ص^٢
10. ٣س^٢ (س − ٧) + ٢س (س − ٧) + ٥ (س − ٧)

② استخدم ع.م.أ. لإيجاد ناتج

1. ١٥ × ١٧ + ١٥ × ١٣ = ١٥ × ٣٠
2. ٦ × (١٥)^٢ + ١٨ × ١٥ − ٨ × ١٥
3. ٤٨ × ٤٥ + ٤٨ × ٥٥
4. ٥٢ × ٤٣ − ٣٣ × ٥٢
5. ١٢ × ٥ + ١٢ × ٤ + ١٢

③ اكمل

1. ٦أ^٢ + ١٢أب = ٣أ (- - - + - - -)
2. أ^{٢}ب + ٤أ = - - - (أ + ب)
3. س (أ + ١) − ص (أ + ١) = (أ + ١) (..... − .....)

١ ـ قراءة البيانات وتمثيلها بيانياً

تمثيل البيانات بالقطاعات الدائرية

قياس الزاوية المركزية = (عدد □ / العدد الكلى) × ٣٦٠°

مجموع قياسات الزوايا المركزية = ٣٦٠°

مثال ① مثل الجدول التالى بالقطاعات الدائرية

	المسكن	المأكل	متطلبات أخرى	ماتوفره
النسبه المئويه	٤٠٪	٢٥٪	٢٠٪	١٥٪

الحل

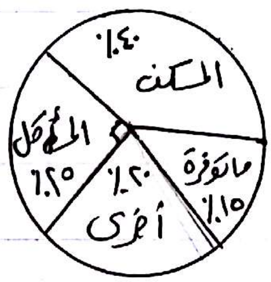
نحسب قياس الزاوية المركزية لكل قطاع بضرب النسبه × ٣٦٠°

① المسكن = ٤٠/١٠٠ × ٣٦٠ = ١٤٤°

② المأكل = ٢٥/١٠٠ × ٣٦٠ = ٩٠°

③ متطلبات أخرى = ٢٠/١٠٠ × ٣٦٠ = ٧٢°

④ ماتوفره = ١٥/١٠٠ × ٣٦٠ = ٥٤°



تمرين مثل الجدول التالى بالقطاعات الدائرية

النشاط	ثقافى	رياضى	فنى	اجتماعى
النسبه	٢٥٪	١٥٪	٣٥٪	.....

ثم أوجد النشاط الاجتماعى

الحل

بصراحه الرياضيات

مع أبو أدهم حاجه تانيه

خالص

زى الفل

٢ ـ المنوال ـ الوسيط ـ الوسط الحسابى

أولاً المنوال

تعريف المنوال لمجموعة من القيم
هو القيمة الأكثر شيوعاً (تكراراً)

مثال ① أوجد المنوال لكل من

① ٥، ٨، ٧، ٥، ٦، ٨، ٥
المنوال = ٥

② ٢٢، ٢، ٧، ٢٢٢، ٧، ٧
المنوال = ٧

③ ١، ٣، ١، ٥، ٣، ١
المنوال = ---

④ ٢، ٦، ٣، ٦، ٤
المنوال = ---

⑤ ٤، ٩، ٣، ٩، ٤، ٩
المنوال = ---

مثال ③ ① إذا كان المنوال للقيم
٤، م، ٥، ٣ هو ٣
فإن م = ----

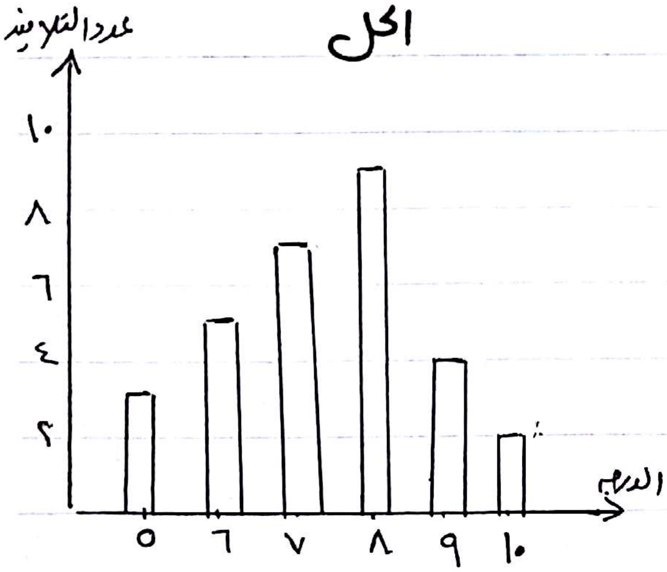
② إذا كان المنوال للقيم :
١، ٣، م، ٧، ٦ هو ١ فإن م = ...

③ إذا كان المنوال للقيم
٢، ٧، س + ١، ٧، ١٢ هو ٧
فإن س = ---

مثال ② مثل البيانات التالية بالأعمدة البيانية ثم أوجد الدرجة المنوالية

الدرجة	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
عدد التلاميذ	٣	٥	٧	٩	٤	٢

الحل



من الرسم الدرجة المنوالية = ٨
(التى تقابل أكثر تكرار)

تمرين مثل الجدول التالى بالأعمدة البيانية ثم أوجد الدرجة المنوالية

①

درجة الحرارة	١٨	١٩	٢٠	٢١	٢٢	٢٣
عدد العواصم	٣	٢	٤	٦	٢	١

②

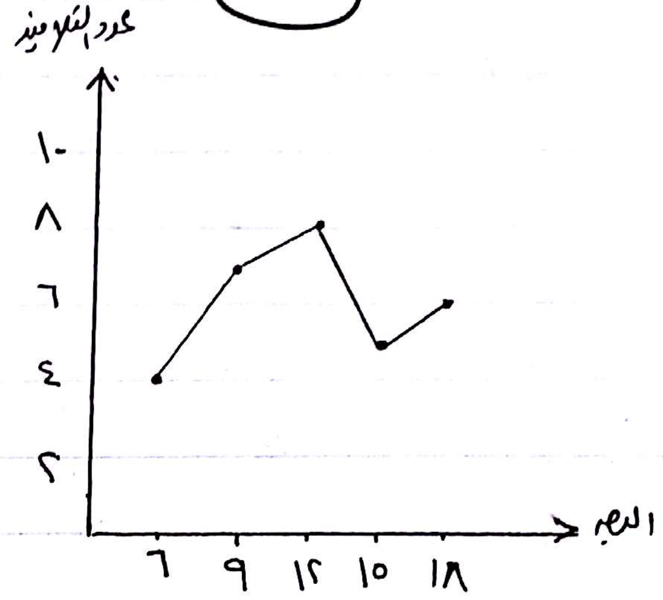
الدرجة	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
عدد التلاميذ	٣	٧	٦	٩	٨	٦

مثال ④ الجدول التالي يبين توزيع درجات ٣٠ تلميذاً في أحد الاختبارات

الدرجة	٦	٩	١٢	١٥	١٨	المجموع
عدد التلاميذ	٤	٧	٨	٥	٦	٣٠

مثل هذه البيانات بالخط المنكسر ثم أوجد الدرجة المنوالية

الحل



الدرجة المنوالية = ١٢

تمرين ① مثل الجدول التالي بالخط المنكسر ثم أوجد الدرجة المنوالية

①

الدرجة	٦	٧	٨	٩	١٠
عدد التلاميذ	٥	٧	٩	٦	٣

②

الدرجة	٢	٤	٦	٨	١٠
عدد التلاميذ	٣	٦	٨	٤	٥

ثانياً الوسيط

تعريف الوسيط لمجموعة من القيم

هو القيمة التي تتوسط القيم بعد ترتيبهم

مثال ① أوجد الوسيط لكل من

① ٤٢ ، ٢٣ ، ١٧ ، ٣٠ ، ٢٠

الحل

١٧ ، ٢٠ ، ٢٣ ، ٣٠ ، ٤٢

∴ الوسيط = ٢٣

② ٥ ، ١١ ، ٧ ، ١٤ ، ١٠

الحل

③ ٩ ، ١٢ ، ٥ ، ١٧ ، ٢١

الحل

مثال ② أوجد الوسيط

① ٢٧ ، ١٣ ، ٢٣ ، ٢٤ ، ١٣ ، ٢١

الحل

١٣ ، ١٣ ، ٢١ ، ٢٣ ، ٢٤ ، ٢٧

الوسيط = $\frac{٢١+٢٣}{٢}$ = ٢٢

تمارين

(١) أوجد الوسيط لكل من

١) ٣، ٨، ٦، ٤

٢) ٦، ٥، ٦، ٩، ٨

٣) ٨، ٧، ١٧، ٤، ٦، ٦، ١٠

٤) ٢٥، ٣٢، ٨، ٢، ٤٠، ٤، ٥٠، ٨، ٥، ٥٠

٥) ترتيب الوسيط للقيم
٦، ٢، ٥، ٤، ١
هو ----

٦) إذا كان ترتيب الوسيط هو الثالث فإن عدد القيم = ----

٧) إذا كان ترتيب الوسيط هو الخامس فإن عدد القيم = ----

ثانياً الوسط الحسابي

الوسط الحسابي لمجموعة من القيم = مجموع هذه القيم ÷ عددهم

مثال (١) أوجد الوسط الحسابي لكل من

١) ٥، ١٢، ٦، ١٧

= (١٧ + ٦ + ١٢ + ٥) ÷ ٤ = ٤٠ ÷ ٤ = ١٠

٢) ٢، ٥، ٨، ٩، ١٤، ٢٨

= (٢٨ + ١٤ + ٩ + ٨ + ٥ + ٢) ÷ ٦ = ٦٦ ÷ ٦ = ١١

(٣) ٣، صفر، ٤، ٦، ٧

(٧ + ٦ + ٤ + ٠ + ٣) ÷ ٥ = ٢٠ ÷ ٥ = ٤

تمرين أوجد الوسط الحسابي لكل من

١) ١٨، ٢٥، ٤، ٦، ٦

٢) ١٩، ٣٢، ٢٧، ٦، ٦

٣) ١، ٩، ٢، ٨

٤) ٣، ١٧، ٥، ١٥، ١٠

مثال (٢) إذا كان الوسط الحسابي
٢أ، أ+٣، ٣أ-٢، أ-١١، ٣
هو ١٣ فأوجد قيمة أ

الحل

(٣ + أ - ١١ + ٣أ - ٢ + أ + ٣ + ٢أ) ÷ ٥ = ١٣

(٥أ + ١٥) ÷ ٥ = ١٣

٥(أ + ٣) ÷ ٥ = ١٣

أ + ٣ = ١٣ ∴ أ = ١٣ - ٣ = ١٠

تمرين إذا كان الوسط الحسابي للقيم
ك، ٣، ك، ٥، ٧ هو ٤ فأوجد
ك

ثانيا

الهندسة

الصف الأول الإعدادى

الترم الاول

٢٠١٨

اعداد
أ/ محمد أدهم
ت / ٠١٠٠٧٤٥١٩٥٧

١ – مفاهيم هندسية

١- القطعة المستقيمة

$\overline{أب}$ لها بداية ولها نهاية

تقرأ $\overline{أب}$ أو $\overline{ب أ}$

أب = ٣ سم

أب < ب جـ

عند وضع الأطوال لا توضع علامة القطعة المستقيمة.

٢- الخط المستقيم

$\overleftrightarrow{أب}$ ليس له بداية وليس له نهاية وليس له طول.

٣- الشعاع

$\overrightarrow{أب}$ له بداية وليس له نهاية وليس له طول.

$\overrightarrow{ب أ}$

$\overrightarrow{أب} \neq \overrightarrow{ب أ}$

لاحظ أن

$\overline{أب} \subset \overrightarrow{أب}$ ، $\overrightarrow{أب} \subset \overleftrightarrow{أب}$

لذلك $\overline{أب} \subset \overrightarrow{أب} \subset \overleftrightarrow{أب}$

٤- الزاوية

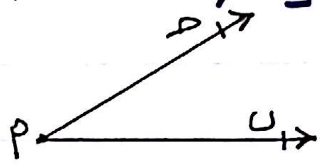
هي اتحاد شعاعين لهما نفس نقطة البداية (رأس الزاوية). ويسمى الشعاعان ضلعي الزاوية.

أنواع الزوايا

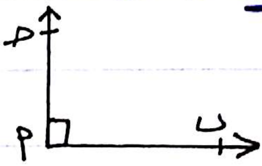
(١) زاوية صفرية = صفر°



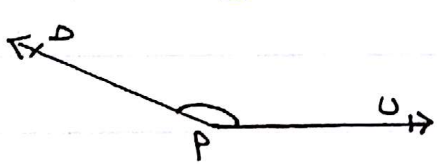
(٢) زاوية حادة ٠° < قياسها < ٩٠°



(٣) زاوية قائمة قياسها = ٩٠°



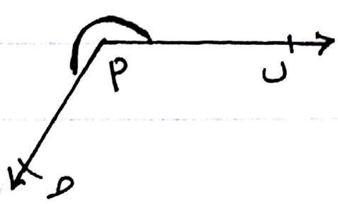
(٤) زاوية منفرجة ٩٠° < قياسها < ١٨٠°



(٥) زاوية مستقيمة قياسها = ١٨٠°



(٦) زاوية منعكسة ١٨٠° < قياسها < ٣٦٠°



ملاحظات هامة

(١) ٣٠° ← درجة

١٥َ ٣٠° ← دقيقة

١° = ٦٠َ

(٢) الزاوية التي قياسها

٨٩° ٦٠َ تكون قائمة

١٧٩° ٦٠َ تكون مستقيمة

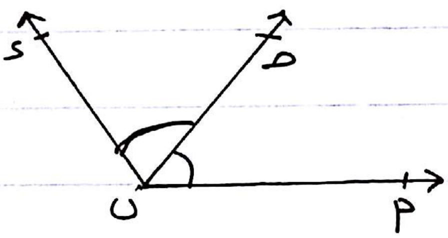
مثال (١)

اذكر انواع الزوايا التي قياسها

(١) ٣٢° ← حادة
(٢) ٩٠° ← قائمة
(٣) ١١٠° ← منفرجة
(٤) ١٨٠° ← مستقيمة
(٥) ٢٥٠° ← منعكسة
(٦) ١٧٩° ٦٠َ ← مستقيمة
(٧) $\frac{1}{4}$ ١٨٠°
(٨) $\frac{3}{8}$ ١٥٩°
(٩) ٤٥°
(١٠) ١٨١°
(١١) ١٥٠°
(١٢) ٥٢°
(١٣) ٨٩° ٦١َ
(١٤) ٢٠٠°

الزاويتان المتجاورتان

هما زاويتان مشتركتان في رأس وضلع والضلعان الآخران في جهتين مختلفتين من الضلع المشترك.



(أ ب هـ) ، (د ب هـ) متجاورتان

الزاويتان المتتامتان

مجموع قياسيهما = ٩٠°

مثال اكمل

١- الزاوية التي قياسها ٣٠° تتمم ------
٢- " " ٤٥° تتمم ------
٣- " " ٢٧° تتمم ------
٤- " " صفر تتمم ------
٥- " " ٥٠° تتمم

ملاحظات

١- الزاوية الحادة تتمم حادة. والقائمة تتمم صفرية.
٢- متممات الزاوية الواحدة متساوية في القياس

الزاويتان المتكاملتان

هما زاويتان مجموع قياسهما = ١٨٠°

ملاحظات

١- الزاوية القائمة تكمل قائمة.
الزاوية الحادة تكمل منفرجة.
الزاوية المستقيمة تكمل صفرية

٢- مكملات الزاوية الواحدة تكون متساوية في القياس

مثال (٢) أكمل

1. ٣٠° تتم ... وتكمل ...
2. ٤٠° تتم ... وتكمل ...
3. ٧٠° تتم ... وتكمل ...
4. ٩٠° تتم ... وتكمل ...
5. ٨٠° تتم ... وتكمل ...
6. الزاوية الحادة تتم ... وتكمل ...
7. الزاوية القائمة تتم ... وتكمل ...
8. الزاوية الصفرية تتم ... وتكمل ...

الزاويتان المتجاورتان المتكاملتان

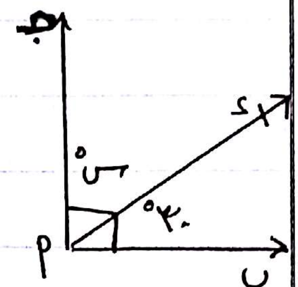
الزاويتان المتجاورتان الحادثتان من تقاطع مستقيم وشعاع نقطة بدايته على هذا المستقيم تكونان متكاملتين.

لاحظ أن

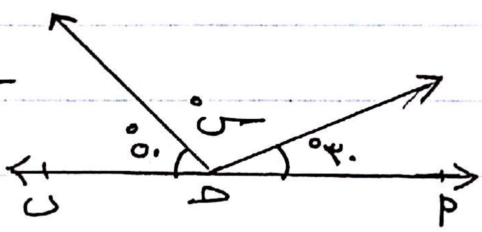
١- إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متكاملتين فإن ضلعيهما المتطرفين يكونان على استقامة واحدة.

٢- إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متتامتين فإن ضلعيهما المتطرفين يكونان متعامدان.

مثال (١) أوجد قياس كل من الزوايا التي عليها رمز س

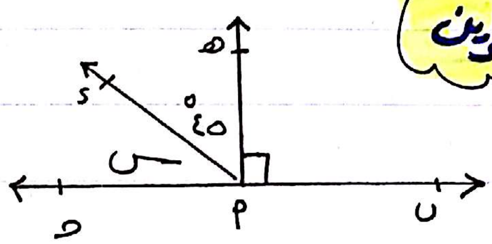


س = ٩٠° − ٣٠° = ٦٠°



س = ١٨٠° − (٣٠° + ٥٠°)
= ١٨٠° − ٨٠°
= ١٠٠°

تمرين



الواجب

(١) اذكر انواع كل من الزوايا الآتية.

① ٥٧°
② ١١٧°
③ ٩٠°
④ ٢٠٠°
⑤ ١٨٠°
⑥ $\frac{1}{2}$ ٤٣°
⑦ ٦٢´ ١٧٩°
⑧ $\frac{2}{5}$ ٩٠°

(٢) اكتب قياس متممة كل من الزوايا الآتية

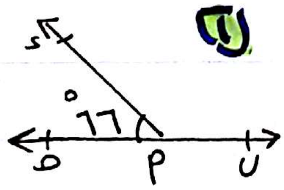
① ٣٠°
② ٦٠°
③ ٤٨°
④ $\frac{1}{2}$ ٢٢°
⑤ ٩٠°
⑥ ٧٠°
⑦ ٤٥°

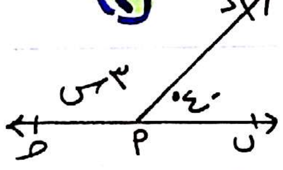
(٣) اكتب مكملة كل من الزوايا الآتية.

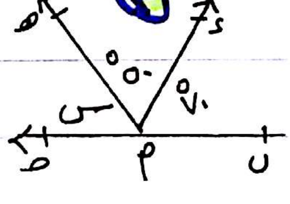
① ٢٠°
② ٩٠°
③ ١٠°
④ $\frac{1}{2}$ ٢٩°
⑤ ٧٠°
⑥ ١٨٠°

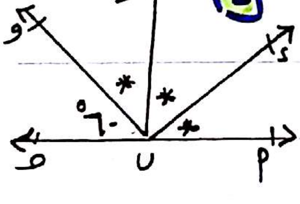
(٣) اكمل

① إذا كان قياس زاوية (أ) = ٣٠° فإن قياس (أ^) المنعكسة = ---
② إذا كان ق(ب^) = ١٢٠° فإن ق (ب^) المنعكسة = ---
③ الزاوية الحادة تتمم --- وتكمل ---
④ الزاوية القائمة تتمم --- وتكمل ---
⑤ متممات الزاوية الواحدة تكون ---
⑥ مكملات الزاوية الواحدة تكون ---
⑦ مجموع قياس الزاويتان المتتامتان ---
⑧ " " " المتكاملتان = ---
⑨ إذا كان ق (أ^) + ق (ب^) = ١٨٠° فإن أ ، ب زاويتان ---
⑩ إذا كان $\overrightarrow{بأ} \perp \overrightarrow{بحـ}$ فإن ق (أبحـ^) = ---

① 

② 

③ 

④ 

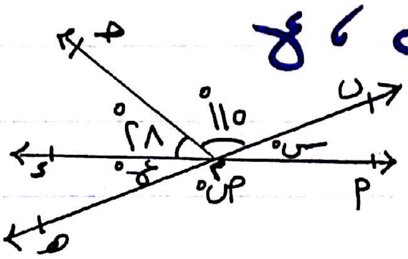
تابع العلاقات بين الزوايا

الزاويتان المتقابلتان بالرأس

إذا تقاطع مستقيمان نشأ كل زاويتين متقابلتين بالرأس تكونان متساويتان في القياس.

مثال ١ في الشكل المقابل أوجد قيمة س ، ص ، ع

(أ)



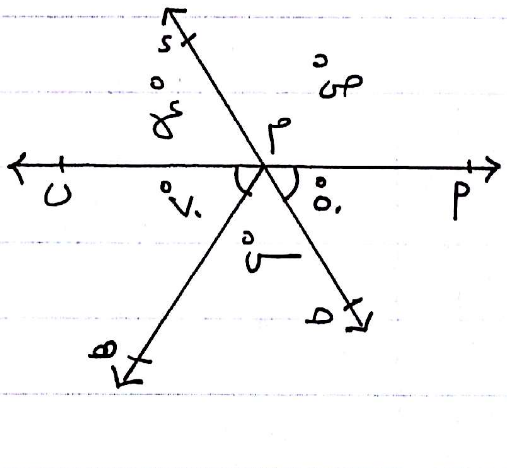
∵ ق(∠أ م هـ) تقابل بالرأس (∠ن م ء)

① أ م هـ = ١١٥ + ٢٨ = ١٤٣°

② ق(س) = ١٨٠ − ١٤٣ = ٣٧°

③ ∴ ق(ص) = ٣٧°

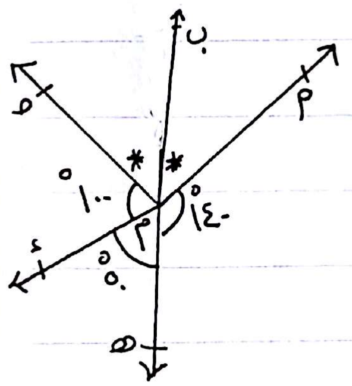
(ب)

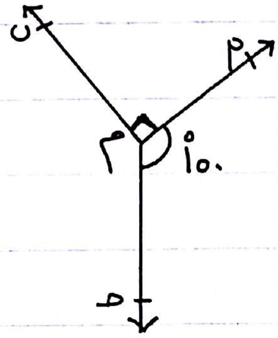


الزوايا المتجمعة حول نقطة

مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة واحدة = ٣٦٠°

مثال ٢ أوجد المطلوب





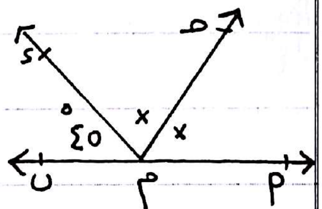
ق(∠ن م هـ) = ٣٦٠ − (١٥٠ + ٩٠) = ١٢٠°

ق(∠أ م ن) = ٣٦٠ − (١٤٠ + ٥٠ + ١٠٠) = ٧٠ / ٢ = ٣٥°

منصف الزاوية

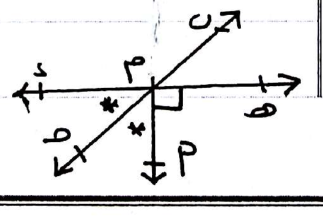
هو الشعاع الذي يقسم الزاوية إلى زاويتين متساويتين في القياس

مثال ٣ إذا كان $\overrightarrow{\text{م هـ}}$ منصف (∠أ م ء)



١٨٠ − ٤٥ = ١٣٥

ق(∠أ م هـ) = ١٣٥ / ٢ = ٦٧٫٥°



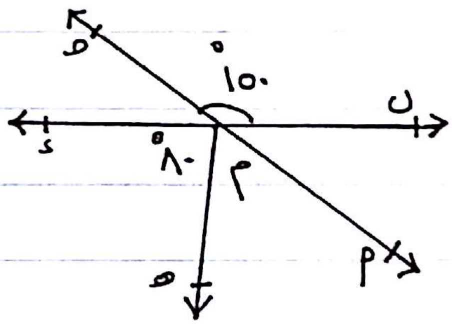
١٨٠ − ٩٠ = ٩٠°

ق(∠أ م هـ) = ٩٠ / ٢ = ٤٥°

الواجب

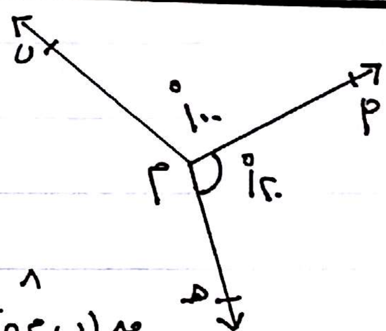
١ أوجد قياس الزاوية المطلوبة أسفل كل شكل

١



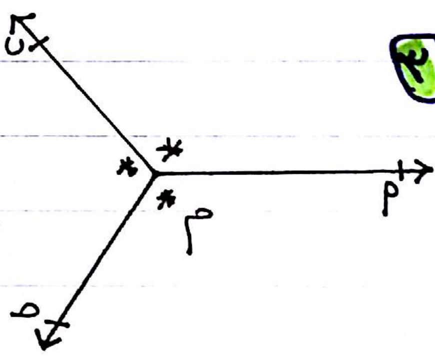
ق (أ م̂ هـ)

٢



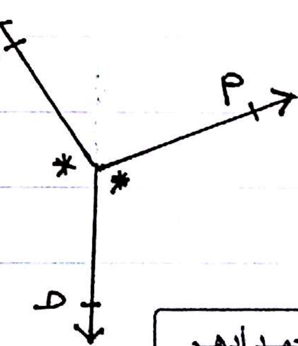
ق (ب م̂ هـ)

٣

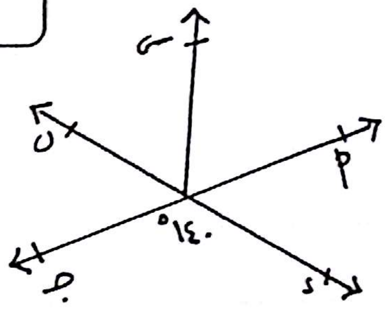


ق (أ م̂ ب)

٤



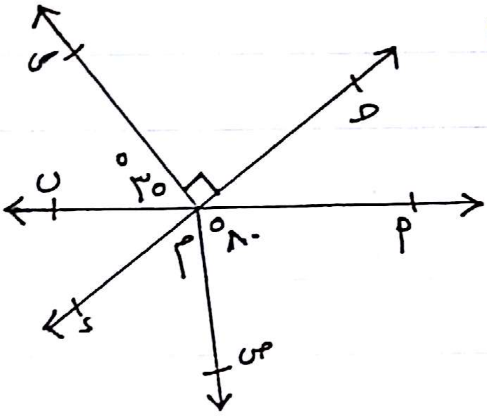
٥



م س ← ينصف (أ م̂ ب)

أوجد ق (د م̂ س)

٦



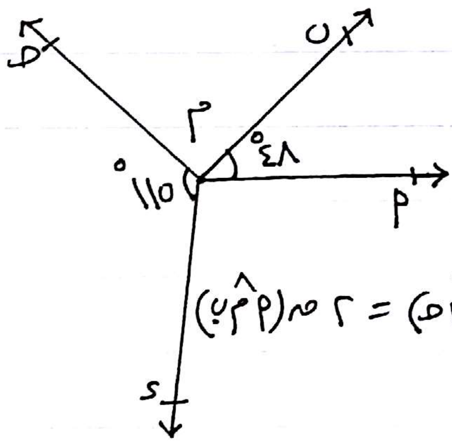
أوجد

① ق (أ م̂ د)

② ق (د م̂ ص)

③ ق (ب م̂ ص)

٧



ق (ب م̂ هـ) = ٢ ق (أ م̂ ب)

أوجد

ق (أ م̂ د)

٢ - التطابق

رمز التطابق ≡

*** تطابق قطعتين مستقيمتين**

إذا كانتا متساويتين فى الطول

مثال إذا كان $\overline{أب}$ = ٤ سم ، حـ ء = ٤ سم

فإن $\overline{أب} \equiv \overline{حـ ء}$

*** تطابق زاويتين**

إذا كانتا متساويتين فى القياس

مثال إذا كان ق(هـ) = ق(ء)

فإن (هـ) ≡ (ء)

*** تطابق مضلعين**

إذا تطابق كل ضلع وكل زاوية فى المضلع الأول مع نظيره فى المضلع الآخر

ملاحظات

* عند كتابة المضلعين المتطابقين يجب كتابتهم بنفس ترتيب الرءوس المتناظرة.

* محور تماثل الشكل يقسمه إلى شكلين متطابقين

تمارين

(١) أكمل

١- تطابق القطعتين المستقيمتين إذا ...

٢- تطابق الزاويتين إذا - - - -

٣- يتطابق المضلعين إذا - - - -

(٤) إذا كان $\overline{أب} \equiv \overline{حـ ء}$ فإن أب = ...

(٥) " " $\overline{أب} \equiv \overline{س ص}$ فإن أب - س ص = ...

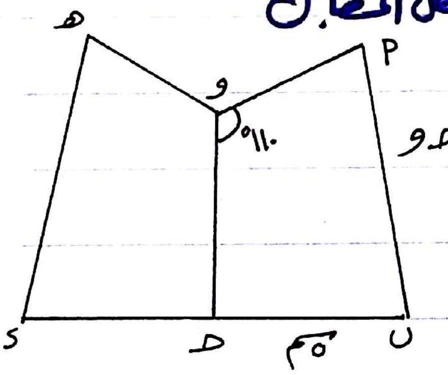
(٦) إذا كان (أ) ≡ (ب) وكان ق(أ) = ٥٠° فإن ق(ب) = ...

(٧) إذا كان (أ) تتمم (ب) ، (أ) ≡ (ب) فإن ق(أ) = ...

(٨) يتطابق المربعان إذا تساوى ...

(٩) يتطابق المستطيلان إذا تساوى ...

(٢) فى الشكل المقابل



أب حـ و ≡ هـ ء حـ و

أكمل

(١) أب = ... (٢) أو = ...

(٣) ق(هـ) = ق( ) (٤) ق(ب) = ق( )

(٥) ب ء = ... سم (٦) ق(وحـء) = ...°

(٧) ق(أوهـ) = ...°

(٨) محور تماثل الشكل أب ء هـ و هو ...

استراحة

اذكر أسماء العشرة المبشرين بالجنة

٣ - تطابق المثلثات

يتطابق المثلثان إذا

تطابق كل عنصر من العناصر الستة لأحد المثلثين العنصر المناظر له من المثلث الآخر.

مثال إذا كان △ ا ب جـ ≡ △ س ص ع

فإن

① اب ≡ س ص ، ب جـ ≡ ص ع ، جـ ا ≡ ع س

② (اˆ) ≡ (سˆ) ، (بˆ) ≡ (صˆ) ، (جـˆ) ≡ (عˆ)

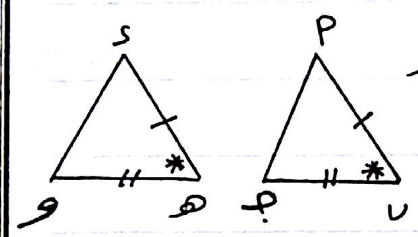
حالات تطابق مثلثين

١- ضلعين وزاوية محصورة
٢- زاويتان وضلع.
٣- الأضلاع الثلاثة.
٤- وتر وضلع فى المثلث القائم.

الحالة الأولى

يتطابق المثلثان إذا تطابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما فى أحد المثلثين مع نظائرهم فى المثلث الآخر.

أمثلة



△△ ا ب جـ ، د هـ و فيهما

اب ≡ د هـ
ب جـ ≡ هـ و
(بˆ) ≡ (هـˆ)

فإن △ ا ب جـ ≡ △ د هـ و

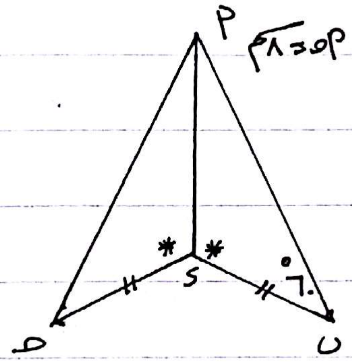
وينتج أن

ا جـ = د و ، ق(اˆ) = ق(دˆ)

ق(جـˆ) = ق(وˆ)

تمرين فى الشكل المقابل

أوجد ق(جـˆ) ، ا جـ = ٨ سم



أوجد ق(بˆ)
، طول اب

الحل

△ ا ب د ، △ ا جـ د فيهما

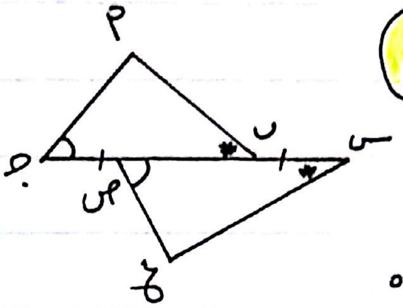
∴ يتطابق المثلثان وينتج أن

الحالة الثانية (زاويتان وضلع)

يتطابق المثلثان إذا تطابقت زاويتان والضلع المرسوم بين رأسيهما فى أحد المثلثين مع نظائرهما فى المثلث الآخر.

أمثلة

①



إذا كان

ق(أ̂) = ٨٠°

، أ ب = ١٠ سم فأوجد

ق(ع̂) ، ع س

الحل

△ أ ب هـ ، △ ع س ص فيهما

س ص ≡ ب هـ

(س̂) ≡ (ب̂)

(ص̂) ≡ (هـ̂)

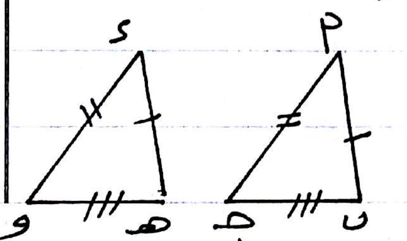
∴ يتطابق المثلثان وينتج أن

ق(ع̂) = ق(أ̂) = ٨٠°

ع س = أ ب = ١٠ سم

الحالة الثالثة (الأضلاع الثلاثة)

يتطابق المثلثان إذا تطابق كل ضلع مع نظيره فى المثلث الآخر.



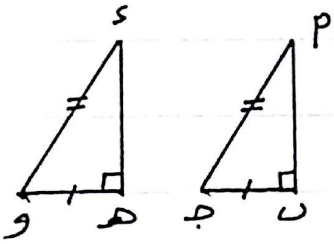
أ ب ≡ ء هـ

أ جـ ≡ ء و

ب جـ ≡ هـ و

الحالة الرابعة (وتر وضلع فى المثلث القائم)

يتطابق المثلثان القائما الزاوية إذا تطابق الوتر وأحد ضلعى القائمة فى أحد المثلثين مع نظائرهم فى المثلث الآخر.



△ أ ب جـ ، △ ء هـ و فيهما

أ جـ ≡ ء و

ب جـ ≡ هـ و

ق(ب̂) = ق(هـ̂) = ٩٠°

فإن △ أ ب جـ ≡ △ ء هـ و وينتج أن

أ ب ≡ ء هـ

(أ̂) ≡ (ء̂)

(جـ̂) ≡ (و̂)

ملاحظات هامة

١- إذا تساوت قياسات الزوايا الثلاثة فى أحد المثلثين مع نظائرهم فى المثلث الآخر فليس بالضرورة أن يتطابق المثلثان

٢- يتطابق المثلثان القائما الزاوية إذا تطابق ضلعا القائمة فى أحدهما مع نظائرهم فى المثلث الآخر (هى نفس الحالة الأولى ضلعان وزاوية)

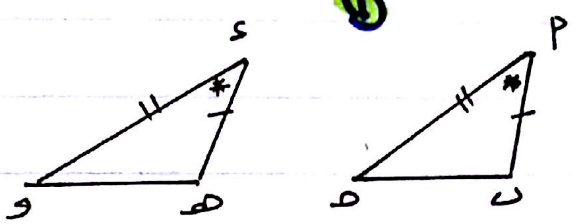
٣- فى حالة الضلعين والزاوية لابد أن تكون محصورة بين الضلعين

٤- قطر المستطيل يقسم سطحه إلى مثلثين متطابقين

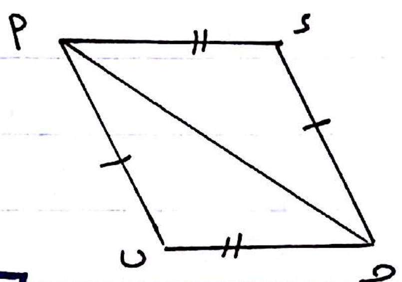
الواجب

١- اذكر حالة التطابق

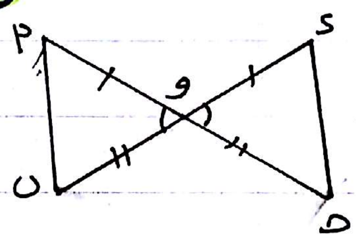
(١)



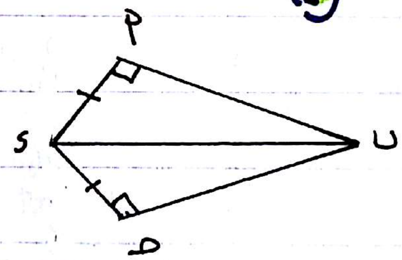
(٢)



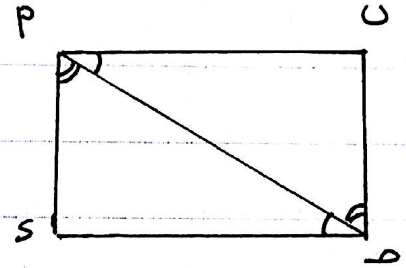
(٣)



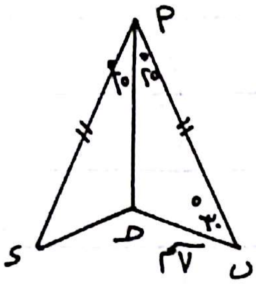
(٤)



(٥)



٢) فى الشكل المقابل



أكمل

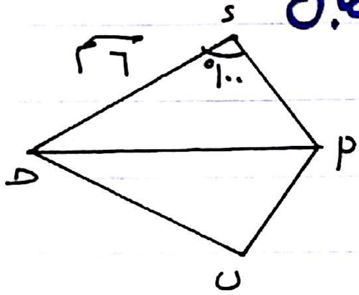
① Δ أ ب هـ ≡ Δ ......

② ق (ء̂) = ... °

③ هـ ء = ... سم

④ ق (أ هـ̂ ء) = ... °

٣) فى الشكل المقابل



أ هـ ينصف (ء أ̂ ب) ، (هـ ب̂ ء)

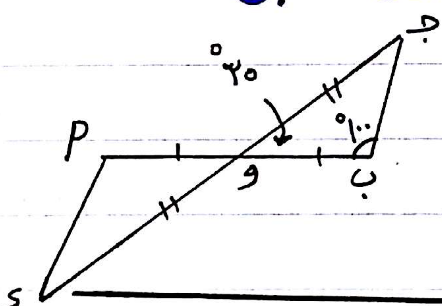
أكمل

① Δ أ ء هـ ≡ Δ ......

② ق (ب̂) = ... °

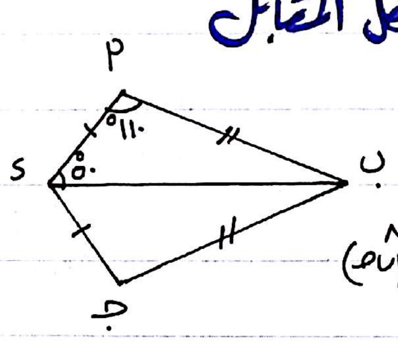
③ ب هـ = ... سم

٤) فى الشكل المقابل



أوجد ق (ء̂)

٥) فى الشكل المقابل



أوجد ق (أ ب̂ جـ)

التوازى

إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن

١ كل زاويتين متبادلتين متساويتين في القياس



(حرف Z)

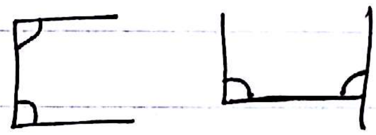
٢ كل زاويتين متناظرتين متساويتين في القياس



(حرف F)

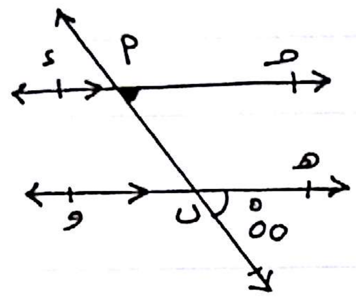
٣ كل زاويتين داخلتين وفي جهة واحدة من القاطع متكاملتان (١٨٠°)

(حرف U)

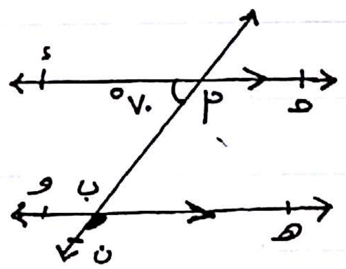


مثال ٢

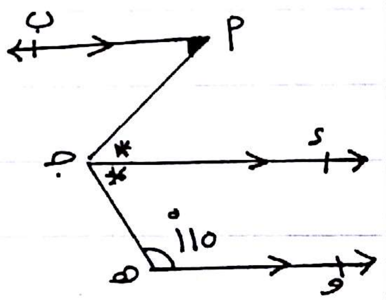
أوجد قياس الزاوية أسفل كل شكل



ق (جـ أ ن)



ق (هـ ن ن)

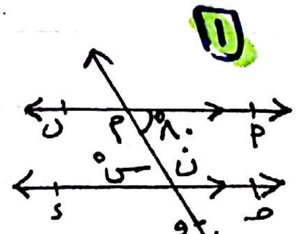


ق (أ)

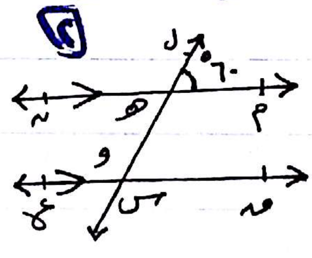
مثال ١

أوجد قيمة س

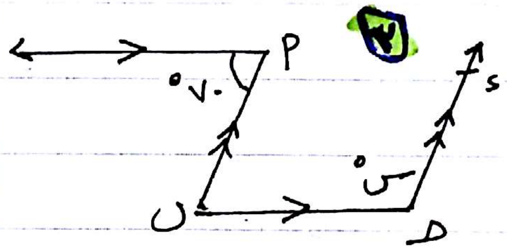
١



٢



٣



كيف تثبت أن مستقيمين متوازيين

إذا قطعهما مستقيم ثالث وحدثت إحدى الحالات

١ زاويتان متبادلتان متساويتان في القياس.

أو ٢ زاويتان متناظرتان متساويتان في القياس.

أو ٣ زاويتان داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع متكاملتان.

ملاحظات هامة

ل١ // ل٢ فإن ل١ ∩ ل٢ = ∅

١- المستقيم العمودي على أحد مستقيمين متوازيين يكون عمودياً على الآخر.

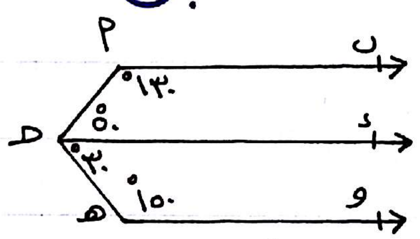
٢- المستقيمان العموديان على ثالث متوازيين

٣- المستقيمان الموازيان لثالث متوازيان

٤- إذا قطع مستقيم عدة مستقيمات متوازية وكانت أجزاء القاطع المحصورة بين هذه المستقيمات متساوية في الطول فإن الأجزاء المحصورة لأي قاطع آخر تكون متساوية في الطول

تمارين

١ في الشكل المقابل



هل أب // هـو ؟ ولماذا ؟

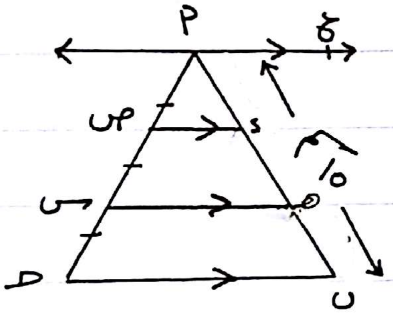
① أب // جـد لأن ق(أ) + ق(أجـد)
= ٥٠° + ١٣٠° = ١٨٠°

② هـو // جـد

لأن ق(هـ) = ق(هـجـد) = ١٥٠° + ٣٠° = ١٨٠°

إذن أب // هـو

٢ في الشكل المقابل



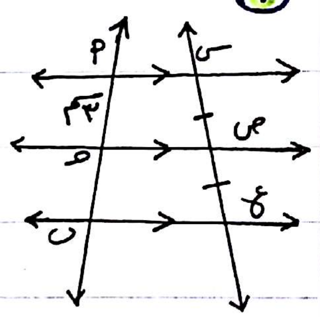
أوجد طول ب د مع بيان السبب

∵ أص = ص س = س جـ

إذن أد = د هـ = هـ ب = $\frac{١٥}{٣}$ = ٥سم

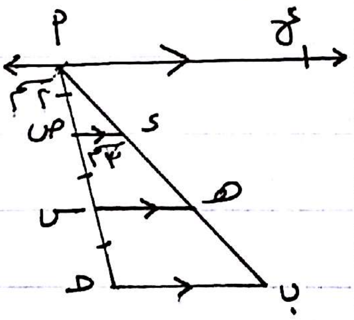
∴ ب د = ب هـ + هـ د = ٥ + ٥ = ١٠سم

٣



أب = ... سم

٤



ب هـ = ... سم

محيط △ أ د ص = ... سم

ملحوظة محيط المثلث = مجموع أطوال أضلاعه

الواجب

(١) أكمل

(١) المستقيم العمودي على أحد مستقيمين متعامدين يكون ... للآخر.

(٢) المستقيم العمودي على أحد مستقيمين متوازيين يكون --- للآخر.

(٣) إذا وازى مستقيمان مستقيماً ثالثاً كان هذان المستقيمان ---

(٤) إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن

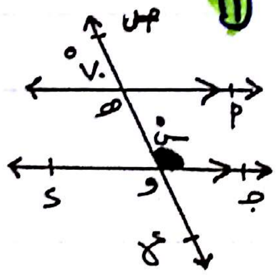
① ---

② ---

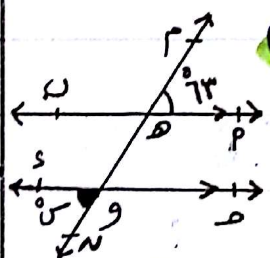
③ ---

(٢) أوجد قيمة (؟)

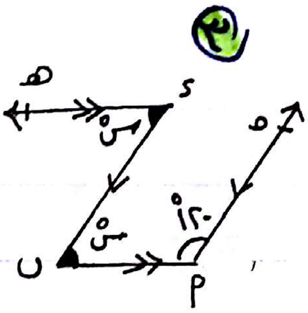
(١)



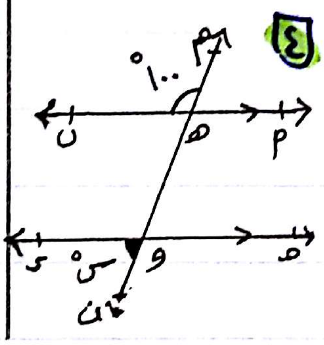
(٢)



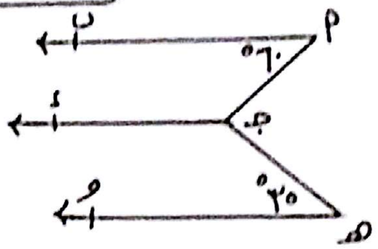
(٣)



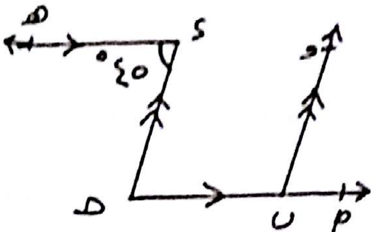
(٤)



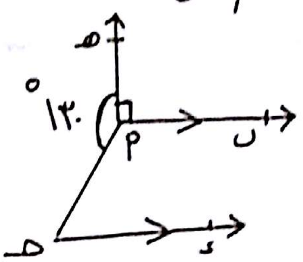
(٥) أوجد ق($\hat{}$ أ جـ هـ)



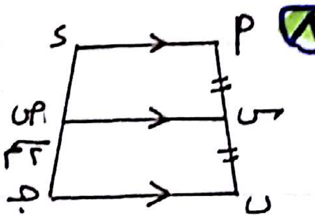
(٦) ق(أ $\hat{ب}$ و)



(٧) ق($\hat{جـ}$)

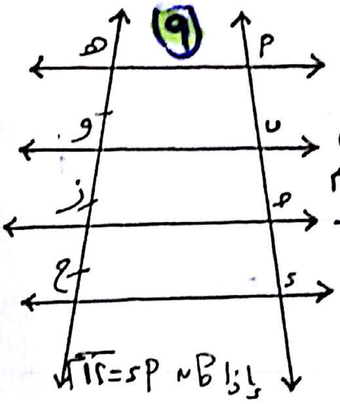


(٨)



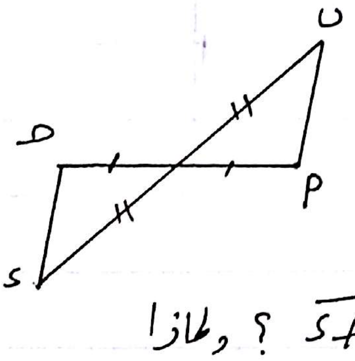
س ص = --- سم

(٩)



إذا كان أ د = ١٢ سم فأوجد أ هـ = --- سم

(١٠) من الشكل المقابل



(١) هل ∆ أ ب م ≡ ∆ جـ أ د ؟ ولماذا ؟

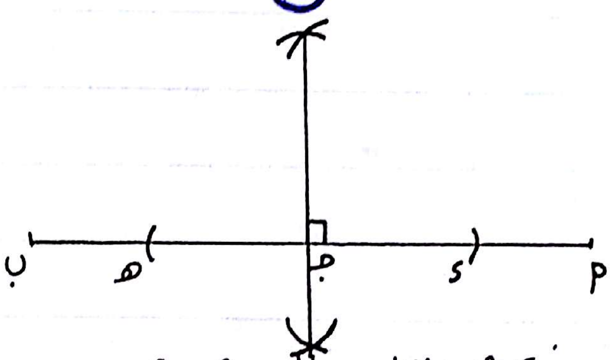
(٢) هل $\overline{أ ب}$ // $\overline{جـ د}$ ؟ ولماذا

٥ ـ انشاءات هندسية

أولاً إنشاء عمود على مستقيم معلوم مار بنقطة جـ إلى المستقيم

① ارسم أب = ٨ سم ثم ارسم محور تماثل لها.

الحل

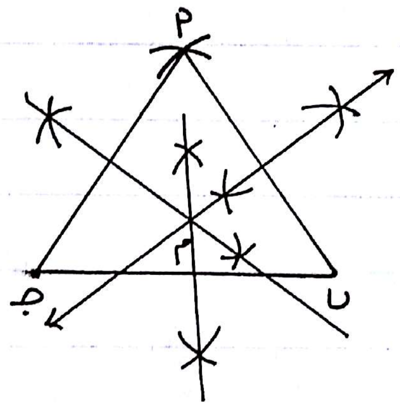


محور تماثل القطعة المستقيمة هو المستقيم العمودي عليها من منتصفها.

② ارسم △ أ ب جـ الذي فيه

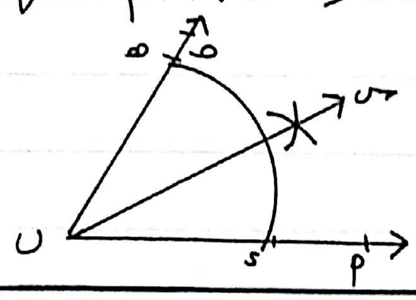
أب = أجـ = ٤ سم ، ب جـ = ٥ سم

ثم ارسم محاور تماثل أضلاعه الثلاثة



إنشاء منصف زاوية معلومة

① ارسم زاوية قياسها ٨٠° ثم نصفها



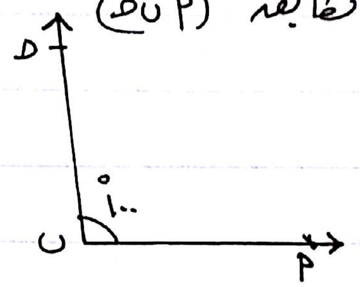
② إذا كانت (أ ب̂ جـ) زاوية معلومة

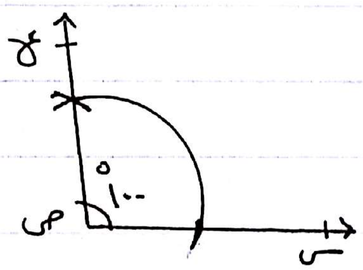
قياسها = ١٠٠°

المطلوب ارسم س̂ص ع بحيث

(س ص̂ ع) تطابق (أ ب̂ جـ)

الحل





③ رسم مستقيم يوازي مستقيم معلوم

